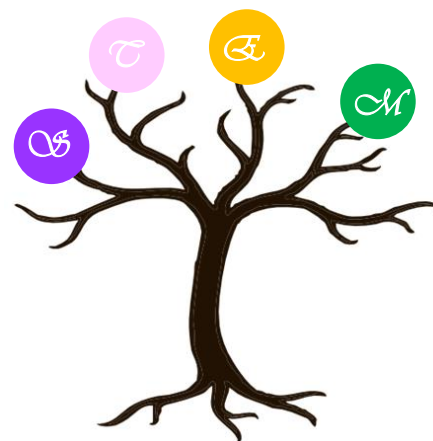




《會員通訊》

2018 第二期

學會去年舉辦了一系列的 STEM 講座，不如讓我們看看不同地方和不同人對 STEM 有甚麼看法？



STEM is a curriculum based on the idea of educating students in four specific disciplines — science, technology, engineering and mathematics — with an interdisciplinary and applied approach. Rather than teach the four disciplines as separate and discrete subjects, STEM integrates them into a cohesive learning paradigm based on real-world applications.

(Elaine J. Hom, LiveScience Contributor)

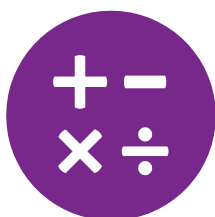


STEM is an acronym for the disciplines of science, technology, engineering and mathematics taught and applied either in a traditional and discipline-specific manner or through a multidisciplinary, interconnected and integrative approach. Both approaches are outcome-focused and aim to solve real-world challenges.

(Gitta Siekmann, National Centre for Vocational Education Research)

We will always have STEM with us. Some things will drop out of the public eye and will go away, but there will always be science, engineering, and technology. And there will always, always be mathematics.

(Katherine Johnson, American Mathematician)



Mathematics education is STEM education.

(Matt Larson, President of National Council of Teachers of Mathematics)

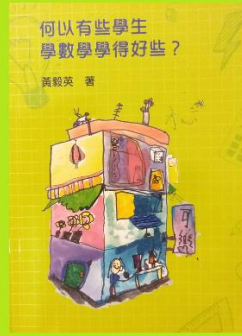
活動報告

《何以有些學生學數學學得好些？》新書發佈會暨講座論壇

「何以有些學生學數學學得好些？」相信大家都提問過。本會創會會長黃毅英教授把他對此問題的思考結集成書，藉今次的新書發佈會暨講座論壇分享他對「學養教師」、教育「新語」及「功夫在數外」的感悟和看法。活動已於4月14日（星期六）下午假香港浸會大學教學及行政大樓舉行，並獲得同工大力支持，共有68人出席。講座除了黃毅英教授的分享，更邀得書中的主角之一潮州會館中學校長曾永康博士擔任嘉賓，並由鄧國俊博士總結。

黃毅英教授

黃教授首先以「一個人、三個事件、一堆反思」作為引子，帶出他對學養教師的看法。他引述早年與蕭文強教授和陳鳳潔老師合著的一篇文章，指出數學學養教師不但須為一位思索者、研究者與課程設計者，更重要是在一個「人人皆可談教育」的大環境下，擁抱自身專業價值，發出來自專業者的聲音。黃教授進一步勉勵我們，不同時代皆對教育有不同訴求，就以近年STEM的推行為例，前線教師須不斷提出問題，探本尋源，而非單以權威作終極標準。講座中，儘管黃教授似乎未有正面回答「何以有些學生學數學學得好些？」，但在邁向「從教書而教人，從只著眼於知識建構到關心學生學習動機和興趣，激發他們的潛能與成長」的教學路上，相信我們必能找到鎖匙，打開答案之門。



左起：黃毅英、曾永康、黃家樂、鄧國俊



曾永康校長

屢屢自謙自己不是本科生，數學程度與學生相若，曾永康校長在講座上分享他對數學教育的另一番體會。曾校長指出，一般人眼中「何以有些學生學得不好？」的「好」與「不好」，往往指測考表現或公開試成績。然而，把一個為篩選菁英或銜接大學的課程，放在普及教育框框內，只會製造弱生。故此，如何讓能力一般的學生在學習上體驗成功經驗，顯得尤其重要。他提出照顧差異和進行課程調適，藉列舉生活化例子和活動引發內在動機，亦關注到數學不應只是學計數，課程中價值教育的元素同樣不可忽略。曾校長的一席分享重新詮釋何謂「學得好」，亦幫助教師們再次認清數學教育的本質。



左起：曾永康、黃家樂



鄧國俊博士

鄧國俊博士的總結提出，學生學習數學，除可欣賞其內在美及外在應用，亦可連繫社會關懷，例如香港人均居住面積、樓宇尺價和快樂與否。然而，社會的現況亦同樣影響著數學教育的發展，最明顯的例子是上世紀六十年代的新數運動，由於太空競賽激烈，各國亦開始關注培養女數學家以作貢獻。此外，鄧博士亦提及曾以自己的數學教育專業知識，在 2009 年及 2015 年於本地報章撰文評論兩件社會事件，以表明數學教育與社會關懷的緊密連繫。第一篇是有關一幢實際只有三十三層的西半山豪宅為「好意頭」而將頂層複式名為八十八樓的「數字風波」事件；第二篇是以上世紀五十年代美國著名數學家羅伯特李摩爾 (Robert Lee Moore) 的生平事蹟回應程介明教授於 2015 年 10 月 6 日信報評論香港大學副校長風波而發表的文章。可見，數學教育並非一門抽離社會現實的科目。最後，鄧博士以馮以浚教授的「小河淌水」和司徒華先生的「大江東去」比喻數學教育，既需要微觀思考的老師，潛移默化潤物無聲，又需要宏觀思考的老師，參與社會事務，改變社會現狀。

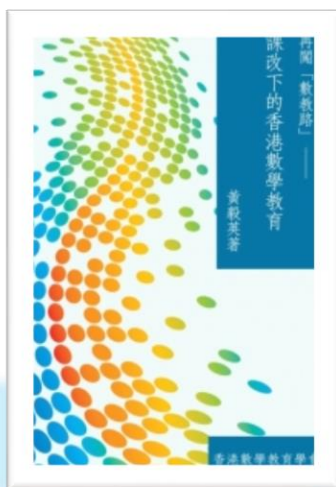


講座後感



在黃教授的演講中，令我印象最深刻的是「學養教師」的概念，即教師需要學會質疑、自我反思，並由實踐驗證自己的想法。我十分認同成為一個學養教師有多重要，教海無涯，社會日新月異，除了平板電腦、教學應用程式以及虛擬學習平台等新的教學工具不斷湧現，高科技社會對人材的要求也在不斷轉變，如果教師只靠師訓時學習到的知識，在最前線根本無法應付所有教學需要。只有教師學會質疑眼前的現象，自我反思，再利用實踐進行驗證，才能夠真正解決教學上面對的問題，教好學生。（黃慧瑩老師）

黃毅英教授近年著作



《再闖「數教路」－課改下的香港數學教育》



《教育路上偶遇漫步者》



《教書？教數？育人？》

再讀弗賴登塔爾，重溫數學化



荷蘭數學教育家漢斯·弗賴登塔爾(Hans Freudenthal)於上世紀深入詮釋「數學化」(Mathematising)過程，認為學數學就是要經歷數學化過程。數學化教學自 1998 年在香港推行，不經不覺邁向第二十個年頭。為讓教育同工了解數學化教學在香港推展的進程，本會於五、六月間舉辦了一連三場「數學化教學二十週年講座」，一起重溫弗賴登塔爾的智慧之言，及分享這些年的工作成果。



數學化教學二十週年講座系列(一)

左起：馮振業、張希文、劉秀惠、鍾保珠、黃家樂、吳丹



數學化教學二十週年講座系列(二)

左起：李玉潔、汪滌塵、黃美真、馮振業、黃家樂、陳麗萍、馮仲頤



數學化教學二十週年講座系列(三)

左起：周惠英、張曉恩、馮振業、黃家樂、葉嘉慧、李玉潔



數學化教學二十週年講座系列 (一)

第一講於 5 月 26 日 (星期六) 在北角官立小學舉行，頭炮邀請了四位前線教育工作者擔任主講嘉賓和分享她們的教學經驗，有上水惠州公立學校劉秀惠老師、博愛醫院歷屆總理聯誼會鄭任安夫人學校張希文老師、聖公會聖約翰小學鍾保珠老師及北角官立小學吳丹老師。當天反應踴躍，共有 90 人出席。

思維實驗與教學發展：角與方向 張希文老師

正如張希文老師所說，「角」與「方向」對二年級學生來說一向抽象無比。過去在比較角的大小時，學生常常誤以為角的兩臂或標示的弧線越長，角會越大；在談方向時，也有學生弄不清是否指向同一樣東西就代表方向相同。講座中，張老師分享她如何藉著引入課程中沒有涵蓋的「射線」概念，重組「角」與「方向」這兩個課題，由方向引入角，藉強化方向的學習打好兩個課題的基礎。



數學化與再創造 劉秀惠老師

弗賴登塔爾提出，數學化就是數學產物由無到有，由粗疏變精密的過程。劉秀惠老師以小學一年級的課題「長度和距離」作為實踐示例，分享如何按著數學知識呈現的形態和過程安排教學活動，令學生經歷數學產物的「再創造」(re-invention)，讓學生更能明白數學知識的目的。除了橫向數學化教學法，劉老師亦分享如何藉縱向數學化課程編排：由點到點、點到直線、檢測平行線、對稱及底高配對，把幾何部分貫通。



思維實驗與教學發展：分數乘除 鍾保珠老師

分數乘除是舉世公認的學習難點。鍾保珠老師分享她如何借用均分和包含的概念重組教學，從整數的乘除，推廣至分數的乘法和除法。藉著弗賴登塔爾建議的思維實驗，把預測學生的反應，跟課堂觀察比較，從而找出修繕課堂設計的方向，和改良教學過程。



課程、課本與教師 吳丹老師

弗賴登塔爾認為：不通曉教學內容的人，沒法分析教學目的。吳丹老師分享如何藉著校本教學發展，在數學化教學專用課本帶動下進行，讓老師能進一步掌握教學內容，從而提升教學效能。



數學化教學二十週年講座系列 (二)

第二講邀請了來自英華小學的陳麗萍老師和馮仲頤老師、中華基督教會基法小學（油塘）的黃美真老師和香港教育大學數學與資訊科技學系的汪滌塵老師主講。是次活動於6月2日在福榮街官立小學舉行，共102人出席。參加者反應熱烈，與在場嘉賓有問有答，氣氛甚佳。

數學內容與現象 汪滌塵老師

汪老師以她在主流小學、SEN 學生抽離小組和特殊學校的課堂經驗，以「數數」為例子，分享她以數學現象作為了解學生學習啟動點的理解，如何由數學現象看出數學內容的複雜性及透過觀察學生進展調整數學設計。她更指出數學內容與現象的聯繫在數學教學中的重要性。





思維實驗與教學發展:容量 馮仲頤老師

馮老師以為，常見的「容量」教學布局，是先介紹單位，再用「容器最多可盛載多少液體」作「容器容量」的定義，這與生活示例有異。故此她建議把整個布局由描述液體有多少開始，輔以課堂活動工作紙代替課本，引導學生明白「容量」的概念。

思維實驗與教學發展:長方體展開圖 黃美真老師

黃老師以長方體展開圖教學設計為例子，分享思維實驗由誕生、受阻、改良、到最後步入成熟所經歷的過程。她從正方體展開圖延伸到長方體展開圖探究，讓學生嘗試用動態的眼光看待平面和立體圖形，透過動腦猜想和動手操作的反覆驗證，令學生的空間想像力和思維品質培育得以提升。



建立數學態度的策略 陳麗萍老師

陳麗萍老師分享如何在教授知識同時，訓練學生精確運用數學工具、嚴格執行數學檢定方法、適當運用估算或近似值來掌握問題的精確度、循序漸進深化數學語言的運用，最後更能自我反思檢視結果的合理性。



數學化教學二十週年講座系列 (三)

壓軸講座已於 6 月 9 日（星期六）在香港浸會大學舉行。當天反應十分踴躍，共有 94 位數學界同工參加。這次邀請了四位講者，包括聖公會蒙恩小學周惠英老師、聖保羅男女中學附屬小學張曉恩老師、圓方學苑葉嘉慧老師和香港教育大學數學與資訊科技學系馮振業博士暢談香港數學化教學發展。



觀察學習過程與教師發展 周惠英老師

弗賴登塔爾指出，課室才是老師學習教學的地方，老師在觀察學生學習同時，自己也在學習。周惠英老師以實例展示如何透過觀察學生的一言一行，情緒變化，從而獲得教學提示，調整教學。並進一步提升自我，享受在課堂上與學生互動的樂趣。

思維實驗與教學發展：速率與行程圖 張曉恩老師

一般教授速率，都是先教速率，後教行程圖。張曉恩老師發現速率的理解須建基於距離和時間，而行程圖剛好可具體呈現兩者的關係。因此，利用行程圖引申速率亦未嘗不可。與此同時，她把課題與 STEM 結合，讓同學在課堂上有更多參與。



紙筆測考的「能」與「不能」 葉嘉慧老師

弗賴登塔爾指出，當人們接受教授一門學問等於教授一個考試科目，那麼教學內容就變成最容易考核的東西了。在此葉嘉慧老師向我們示範如何透過剖析學生的答案，分辨哪些數學能力或思維方式是既重要，卻又不能從答卷呈現。

弗賴登塔爾的身教：正面行動始於批評 馮振業教授

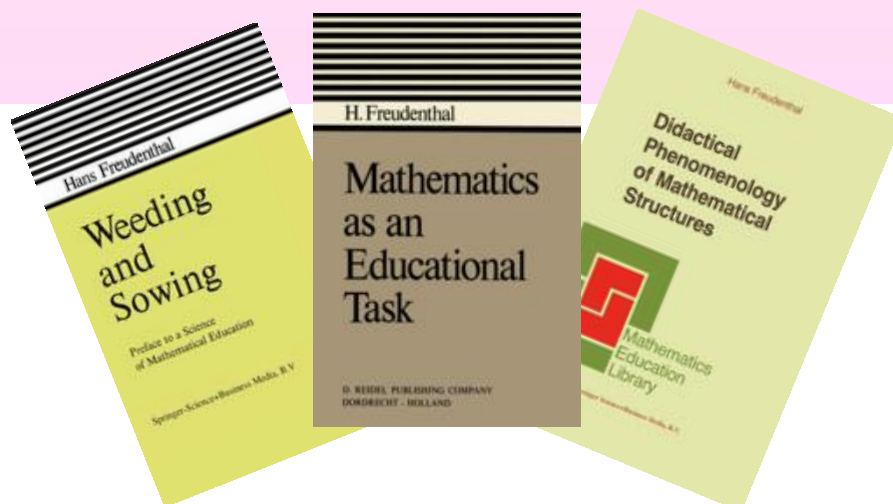


弗賴登塔爾是數學化觀點的倡導者，數學化教學的啟蒙人。他以思路清晰，批評尖銳聞名於世。然而，他更值得敬仰的一面，卻是坐言起行，邊說邊做，甚至明知不可為而為之的情操。這一講分享這位一代宗師的片言隻語、點滴故事，重溫他的知行合一，身教言傳。

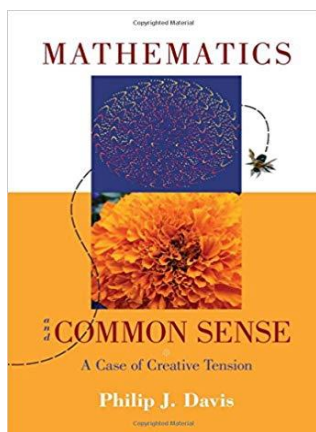
漢斯·弗賴登塔爾簡介

漢斯·弗賴登塔爾 (Hans Freudenthal, 1905 – 1990) 除了是知名荷蘭數學家及數學教育家，他更被譽為 20 世紀下半葉數學教育的先驅。1905 年，弗賴登塔爾出生於荷蘭。1930 年獲柏林大學博士學位。1951 年起為荷蘭皇帝科學院院士，1971 年至 76 年出任荷蘭數學教育研究所所長。弗賴登塔爾早年從事純粹數學研究，在李群 (Lie Group) 和拓撲學 (Topology) 方面貢獻良多。1950 年代後期弗賴登塔爾開始關注數學教育，其關於數學教育著作影響遍佈全球。當中最著名的包括《作為教育任務的數學》(Mathematics as an Educational Task)、《播種和

除草》(Weeding and Sowing) 及《數學結構的教學法現象學》(Didactical Phenomenology of Mathematical Structures)。書中闡述了他對數學和數學教育的基本思想 – 「數學化」(Mathematising)。弗賴登塔爾指出：「數學家呈現給學生的數學都是以結果作為出發點，再把其他東西推出來。這種教學法的顛倒掩蓋了創造的思維過程。」。「數學化」就是由學生把要學的東西自己發現或創造出來。在「再創造」(re-invention) 的過程中，教師任務則是引導和幫助這種再創造的工作。



教學專題



高等數學的抽象特性，使小編在四年的大學學習差不多把數學與日常生活脫勾。然而當進入職場，為了讓學生明白數學並非那麼遙不可及，小編往往須費盡心思尋找一些與她們生活有關的數學知識、遊戲或應用，來減低學生對數學的懼怕。可是，數學與常理(common sense)總是存在張力，或因常理多理解為日常中累積下來的生活經驗，缺乏前因後果未經整理，而數學卻是一門具邏輯性，條理分明的學科。故此，於去年的香港數學教育會議，得知數學家 Philip J. Davis 為了這股張力尋找出路，撰寫了“Mathematics and Common Sense: A Case of Creative Tension”一書時，內心驚喜實難形容。今期學會的會員通訊更邀請到香港中文大學羅浩源教授為我們介紹近年來他與一班數學教育工作者，實踐有關於數學教育與常理的計劃。

MACS 計劃 — 尋找數學學習失落的意義 羅浩源 (香港中文大學)

Common sense is not so common
~ Voltaire (伏爾泰), 1764

「MACS」就是 Mathematics As Common Sense 的縮寫。21 年前，我出版了《生活的數學》一書。編寫該書，目的不是簡單地介紹數學在生活層面上的應用，而是嘗試讓讀者從生活體驗數學本身應有的意義；MACS 計劃的構想，正是來自該書的一個延伸的意念。由於在大學擔當師資培訓的工作，過去的 10 多年來，我也曾到不少中、小學觀課。或許由於課程過於緊迫，又或許教師需承擔太多教學以外的工作，數學課堂上的學習往往只集中於技巧上的講授和鍛鍊，卻未能為學生創造不同層次的討論空間、引導他們領略數學學習本身的意義，實在十分可惜。學習數學的興趣，或會來自抽象概念背後的想像。在經歷中小學的基礎教育的過程中，不同學生在學習數學上會有不一樣的學習動機；但假若這些想像的表達，能和學習者本身經驗產生連繫的效果，必會為他們帶來更富意義的詮釋和理解。

數學作為必修必考的一個科目，要令大多數(縱使不是每一個)學生領略學習這一科的意義，看似是一個接近不可能的任務，但 MACS 計劃的啟動，正是希望嘗試尋找學習者在數學學習上或許已失落的意義。

MACS 計劃開展後，參與該計劃的累積人數已超過 30 人，其中的成員包括在修讀數學教育課程的學生、剛入職或已在職若干年並在不同的中、小學任教的教師、甚至已退休的資深老師。計劃的聚會乃以專題講座和研討的形式進行，又鼓勵成員把自身獨有的經驗作開放性的交流。自從 MACS 計劃在去年開始時至今已有 18 個月，可把它歸納成三個階段來介紹其發展，並在各階段加入參與計劃成員的一些看法和理解，好讓讀者更清楚該計劃推展的意義和目的。

階段（一） 2017 年 1 月至 6 月《尋找隱藏的數學》

參與成員來自中大最後一年修讀數學教育的學生。他們嘗試在生活中發掘一般被視為常識的經驗作為事例，揭示出其背後隱藏的數學，並以故事的形式表達出來。我邀請三位同學（薛家駿、黃沛施和陳秀恩）一起把這一階段所得的心得和成果，在 2017 年 6 月 16 日舉行的香港數學教育會議中，以論文宣讀形式發表（參見 Law, H.Y., Sit, K.C.J., Wong, P.S. & Chan, S.Y. V. (2017). Mathematics As Common Sense (MACS): Making “Invisible” Mathematics Visible. Hong Kong Mathematics Education Conference 2017, HK: The Education University of Hong Kong ）。講座過後，有出席該會議的

老師對 MACS 的意念極感興趣，並表達了希望加入成為該計劃成員的意欲。



與數學教育的學生進行 MACS 計劃會議

成員：薛家駿 寧波公學

MACS 是一種教學理念、態度和方法，是一條出路，讓學生尋找學習數學的意義。不少學生常說學數學沒有意義，就如重覆著推石頭的西西佛斯。單純提及數學之用，學生輕易還以一句：「那不是我所需要用的數學。」，再偉大的數學也會與學生的現實世界脫節。學習數學的意義必須由學生去發掘和建立，即使老師一再強調數學對世界充滿意義，學生卻未必感受到 MACS 計劃，是由生活出發，有意識地發掘身邊所感受到的數學，並把這些從實際生活而來的經驗轉化成故事。學生可通過這些故事的分享來領略數學本身的意義。無論對於老師，抑或學生而言，故事既能成為教學材料，亦能成為顯示數學與生活密切關係的佐證。

成員：陳秀恩 沙田崇真學校

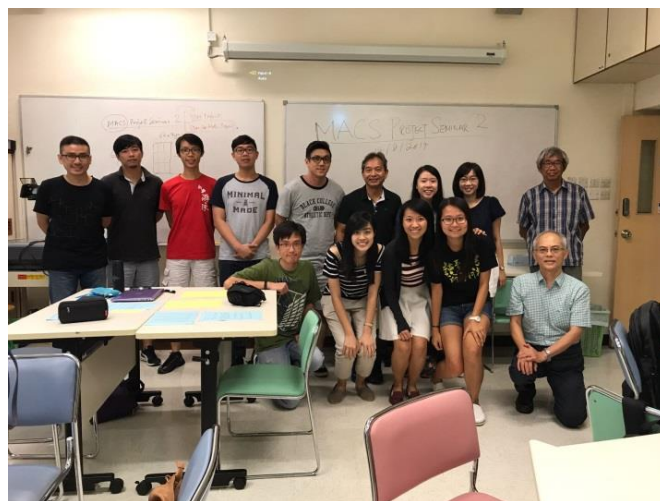
參加 MACS Project 不但帶給我很多教數學的靈感，亦令我記起其實數學可以是由生活而來的。身為數學老師，我更應該令學生認識生活中的數學，令他們對數學產生的不是恐懼，而是熟悉。相信有不少人都恐懼數學的抽象，因而認定數學與自己無關，根本不想去嘗試去了解。這可能是數學的符號或繁複的運算嚇怕了他們。在這個計劃中，學生可以接觸到看得到生活經驗背後的數學。



於香港數學教育會議匯報 MACS 計劃

階段（二） 2017 年 7 月至 12 月《看見數學》

去年夏天，經過 6 月的會議講座後，多了一群資深的老師參與 MACS 計劃，包括劉松基、楊國俊、曾建勳和李鎮揚。特別一提的是李鎮揚老師，在出席該講座前，剛巧辭去了全職教席，並準備在 10 月初遠赴英國牛津大學深造。啟程前，他積極參與該計劃的聚會，與其他成員分享他如何從生活中的體驗和觀察去解讀背後所涉及的數學。從去年 7 月至 12 月期間，除了李老師外，還有多名成員分享從生活怎樣看見數學，包括薛家駿、黃沛施、方贊堯、楊國俊等。我和薛家駿其後合寫一文《看得見的數學：從生活體驗尋找隱藏數學》，刊登於 2017 年 9 月 22 日的信報教育講論版中。



MACS 計劃會議

成員：倫浩恩 香港中國婦女會中學

去年六月，參加了羅教授在教大有關 MACS 的研討會，將生活現象和數學的結合，已經早早提起我的興趣。在偶然的機遇下，有幸參加 MACS 的聚會，令我有機會進一步探究如何利用生活數學去灌溉學生。在緊逼的課程下，與學生探究生活數學似乎令工作百上加斤。可是換個做法：收集各種生活數學的例子，當跟學生閒時，抽取一個切題的例子告訴學生，往往比起刻意探討有效得多。另外我十分欣賞 MACS 中，老師們會從小學、初中及高中的角度討論如何使用該例子。這種討論方式能大大豐富了老師的想法。若各位數學教育工作者亦有興趣了解生活數學，我相信羅教授歡迎大家加入 MACS（容我幫忙賣一下廣告），更加豐富生活不同層面的 common sense！

成員：陳嘉詠 屯門官立中學

自從畢業後便很少有機會和一班關心數學教育的朋友聚在一起，研討如何把數學教得更有意義。多謝羅教授發起 MACS 計劃和得到一班熱心數學教育工作者認同和支持，不定期地在中大聚會，就著中小學數學教育現況，分享個人觀點及教學經驗，獲益良多，同時互相勉勵一番，為各人的教育打打氣。甚至通過 WhatsApp 群組，成員可分享關於數學教育的所見所聞。其中有一位遠赴英國進修的師兄，更會以圖文並茂的方式，分享在英國的見聞，很是有趣。



MACS 故事分享

成員：李鎮揚

MACS (Mathematics as common sense---數學作為常理)是甚麼呢？我認為，常理(common sense)是一種社會建構的共同知識；「數學作為常理」大概可以理解為：數學是一種社會建構的共同知識，能融入到日常生活的活動當中。要想像把「數學融入到日常生活」的話，或許先要思考「數學是甚麼？」：數字、符號、抽象、邏輯、運算、解難等，這些都是我們常常用來形容「數學是甚麼」的詞彙。然而，根據各人不同的數學經驗，「哪些詞彙是必然的存在」則不盡一樣。而就我看來（但並不嚴謹地說），數學是一種「運用邏輯和既有的運算系統去解難」的活動；所以，「數學作為常理」就是把這個解難活動運用在日常生活當中。解難和日常生活之間的關聯或許較能讓大眾接受的，但就普遍大眾卻未能理解數學和日常生活之間有著比想像中更大的關係。這大概是因為當中各人對這套「運算系統」有不同的演繹吧：因為不熟悉（甚至誤會了？）這套運算系統的特性（或是其嚴謹的「外表」？或是其抽象的概念？或是當中運用的符號？），所以大眾不常認為自己正在運用這套系統去解決生活中的難解。但當翻看數學的歷史時，我們可以發現數學的發展是源於古人期望有系統地解答生活中遇到的問題，甚後經過幾百，甚至上千年的發展和整合，才演化成現代數學「嚴謹、抽象、符號」的模樣。當然，現代數學和生活的解難活動並不是相等的，但在MACS 研究小組中與其他同工一齊分享的過程中，我認為 MACS 計劃就是想透過「有系統地分析日常生活中的解難方式」、「揭露數學在發展某些日常生活的科技或工具背後所擔任的角色」等方式，去讓大眾體會數學和生活之間的交集或許比大家所想像的更廣、更深吧！

成員：劉松基

上水官立中學（退休老師）

生活的數學

數學中生活

說理求實踐

實踐尋說理

MACS，無它，離不開，對生活以至生命（包括您個人的所見所聞，所經所歷，所遇所交的朋友等）的觸覺。如何由契機，轉化為聯念，再用數學語言傳情達意，正是我輩同工對學生一種教學使命。簡而言之，在有限時空，以生命影響生命。



MACS 計劃會議後茶聚

成員：楊國俊 上水官立中學（退休老師）

Throughout the sharing in the gatherings, we observe that mathematics is everywhere although we are not aware of it. Examples vary from the universe like planets travelling through their orbits which can be described mathematically to daily routine behavior like making money change during our buying process. The gatherings in fact provide us a platform to find out how mathematics relate to our lives in various ways. However, teachers should not just relate their daily experience to mathematics during the lessons but should also focus on individual experience of their students in mathematics as well in order to arouse their interest in this subject.

香港小學和中學的新修訂數學課程，各將於 2019/20 年度和 2020/21 年度分階段施行。新修訂的重點之一，在於配合 STEM 教育的發展。然而，現今整個教育生態卻因 STEM 的推動發展變得極為複雜，似乎不少前線數學教師對這個新的發展都感到頗為困惑、甚至感到困擾。為了迎接發展 STEM 的趨勢，學校把不少資源放在一些電腦技巧（如編碼）和科技產品（如 3D 打印和機械人製作）上的引入，卻忽略了怎樣從數學課程本身出發來配合 STEM 教育的發展（參見羅浩源《STEM 教育：以數學作起點來推動 STEM 教育的挑戰》，學校數學通訊，第二十一期，2018，頁 6-11）。

成員：翁漢威 南屯門官立中學

感謝羅教授，組織一個難得的平台，讓我可以由忙亂的教學及行政工作中「退休」出來，「Refresh」一下，使我不致於在「數學」及「生活」中雙雙割裂開來，教授數學「意義」但失卻「對話」，傳承生活「經驗」但缺乏故事。

2018 年 6 月 19 日，我為計劃成員作了一個專題講座，題為 <MACS 作為教學的理論和方法 -- 從說數學故事獲得常識>。從其中，我想帶出一個信息：數學的意義來自課堂上的對話，而從生活經驗去編織而成、富真實感的數學故事，更會豐富課堂上的互動討論和探究、進一步提升尋找學習數學本身應有意義的層次。這種教學意識的形成，有助教師在引入 STEM 元素的數學課堂作出更有意義的設計。



<MACS 作為教學的理論和方法 -- 從說數學故事獲得常識>專題講座

成員：Wong Pui Sze Diocesan Girls' Junior School

Being a member in the MACS project has given me ample chance for reflecting on how MATH, as a core subject that we teach and learn, affects our daily life and way of living. Or to be more exact, how MATH is used in daily life in a way that we may not realize at that moment but can have an “Aha!” moment when we are seated and reflect and discuss among the members in the project. “STEM” is perhaps currently one of the “hottest word” in the HK education community. However, in my observation, lots of teachers have no idea of how to implement or adopt it in our current syllabus or teaching method. MACS project has given us the clues of finding the ways out: We, as teachers, first increase our awareness of how MATH is used in our daily life (as a “common sense”), then we can help students to explore, discuss and develop students’ “MATH sense” inside (or even outside) the classroom. Science, technology and engineering as other aspects in STEM will eventually be brought out into our discussion as I believe MATH should be the key to unlock the mysterious door to STEM.



講座後的合照，捕捉成員參與講座的那份喜悅

成員：鄭百喬 B.Ed. 學生

我有幸認識不同年齡層的老師，了解他們對數學和生活的看法。儘管時代變遷或是科技進步，數學和生活仍然環環相扣，不論是經濟、物理，還是教育層面，我深深感受到大家對於「培養數感」有著一種使命感。閱讀不同人士對數學的評論讓我反思數學在香港教育的地位。數學在不少學生心目中是一個升讀大學的工具，有些甚至是一個障礙，然而數學在我眼中，或許是大自然運作的法則。我本著好奇心去探索自然，並有幸來到這個群組分享和接收多元的看法。

成員：曾建勳 民生書院小學

「數學」、「學習數學」向來是部分學生的「魔鬼」，直至升上中學階段，每每問為甚麼要學習數學，將來都沒有「大用」，如在超級市場買物，學習數學的動機更低，完全提不起勁。過去的教學歲月，接觸了不同的能力的學生、家長，他們心中的數學是「計算」、理解「應用題」題意...，並沒有感受數字的活躍，製造出不同的美態。隨著動態幾何軟件的成熟，小部分學生升上中學後開始接觸幾何學、解析幾何學，漸漸感受到數字、方程幾何物件之間的關係，對數學起了一個化學作用，明白到數學是解釋邏輯的語言好工具。參加 MACS 計劃，最大的得著是集合一班有心的前線數學老師，就著他們的數學專業背景，配合日常生活中的觸覺，揀選題材背景和相關的數學課題，作為學習目標，設計一連串的課堂，學生從熟識的生活事物中，活靈活現用數學、玩數學，在這個過程中學生感受著數學是活生生的存在，不是天馬行空的。簡單一個例子，一張紙是否可以無限的摺下去呢？這個問題所用的教具只需要紙張（甚至是環保紙），讓學生做實驗、記錄數據、繪畫統計圖觀察變數之間的關係，更可推廣 STEM 教育的一個數學活動。這相信正是 MACS 計劃的成功的地方，希望計劃能為數學教育揭開一頁。數學是有生命的，生命的體驗正正從享受生活開始。學習數學亦如是，生活中充斥著大量數字、數學現象，如能善用合適的、有趣的題材，定能踏上數學即生活，生活即數學之路。

結語

從事數學教育這麼多年來，每當看到學生的成績出現落差，我會覺得可惜，因為總相信他們應有最佳的數學潛能；而每當見到學生失去了學習的興趣和動力，我會感到難過，因為不想相信數學對他們已變得毫無意義。

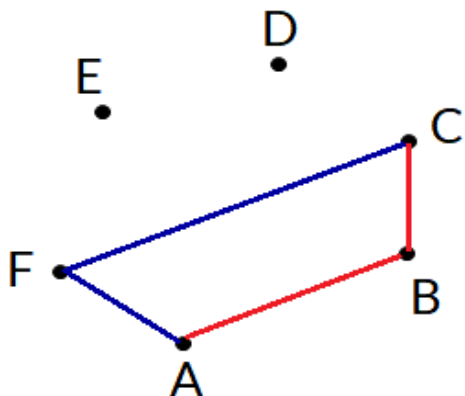
自從 MACS 計劃啟動以來，得到成員的積極參與和有心思的回應，實在感到欣慰。在最初開展 MACS 計劃的時候，我並沒有刻意把它與 STEM 教育連繫起來；但我相信隨著前者的不斷發展會為教師在配合後者的推行上帶給他們一些意想不到的啟發。而這些啟發希望有助 STEM 教育的推行能朝著更理想的方向發展。

六點連線¹

相信不少學校都會舉辦數學活動來推廣數學教育，除了常見的數學遊蹤、數學講座或數學專題研習，數學比賽亦是常見的活動。筆者任教的學校隔年都會在周會中舉辦社際的數學比賽，不同年級的同學會有不同的數學比賽題目，本文就是為了「六點連線」這個中一比賽題目而寫，希望同學在遊戲過後也可以了解當中的數學內容。現先略述遊戲規則如下：

- ① 在平面上作六個點，任三點不共線。
- ② 兩人各拿一種顏色(例如紅、藍)的筆，輪流將圖上的兩點連線。
- ③ 當某玩家畫下一筆連線，使一個同色三角形形成時，則畫下該筆的為輸家。

例一：如果有玩家在 AC 連上一條線，則無論該筆是紅是藍都會形成一個同色三角形，他便會成為輸家。(見圖一)

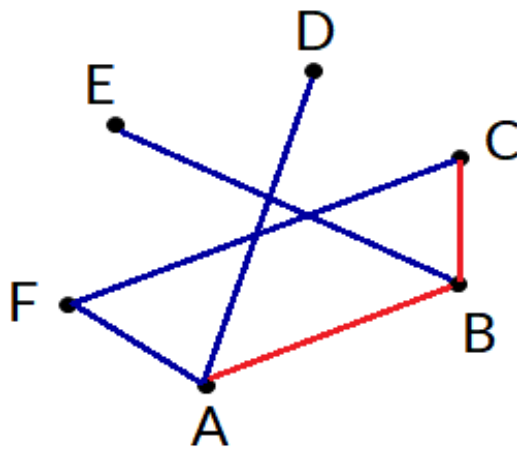


圖一

比賽前，應提醒參賽同學注意以下事項：

- ① 兩位玩家都可以用紅筆和藍筆連線。
- ② 此遊戲一定能分出勝負。簡單來說，六點用兩種顏色連線，必定會出現一個以上的同色三角形。
- ③ 三角形的定義是，三個頂點都是一開始畫下的那六點，也就是說，線段在中間形成的三角形在此遊戲中不算。

例二：下圖中， AD 、 AF 及 CF 均為藍色線段，但它們形成的藍色三角形，只有 A 及 F 兩個點是一開始的六點，故比賽尚未結束。



圖二

¹此遊戲取材至「課堂上的數學遊戲」網站 (<http://blog.magicclass.net/2012/02/blog-post.html>)，遊戲出處暫不可考，如蒙各位讀者知曉遊戲出處，煩請告之。

為甚麼與數學有關？

周會過後，有同學反映這遊戲就像是一般的 IQ 難題，為甚麼會與數學有關呢？其實這些由點與線相連，看看會不會成為一個三角形的題目，是數學中「圖論」的研究對象。可以連成多少條線，或形成多少個三角形，則是「組合數學」的內容。篇幅所限，暫和大家先分享「組合數學」的部分。

六點連線中的組合數學問題

玩完遊戲後，我們可能會有以下的疑問：

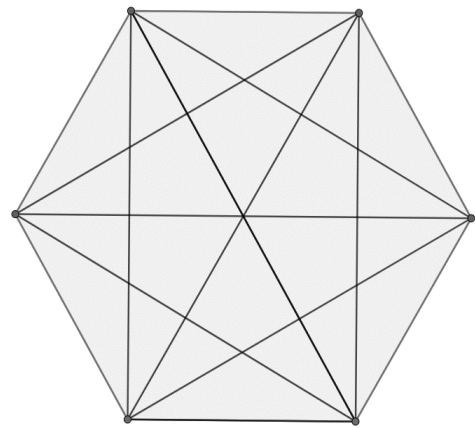
- 不計顏色，總計可以連出多少條線呢？
- 不計顏色，總計可以連出多少個不同的三角形呢？

要回答這兩條問題，高中的同學可引導他們從組合數學方向思考，初中的同學則須從乘法法則去想。

- 不計顏色，總計可以連出多少條線呢？
6 點中任意選出 2 點就可以連成 1 線，故總數目為 $C_2^6 = 15$ ，故 15 步後遊戲就不能再玩下去。初中同學可能不太熟悉組合 (Combination) 的算法，我們可以另一個方式計出答案。假設該 6 點命名為 A, B, C, D, E 及 F 。要連成一條線，需要 2 個頂點，第一個頂點我們有 6 個選擇，第二個頂點我們有 5 個選擇，因為我們不能選擇相同的頂點。是故我們有 $6 \times 5 = 30$ 種方式去選擇 2 點，但留意用這個方法是會重覆的，例如 (A, B) 及 (B, A) 會被計算 2 次，但實際上 (A, B) 和 (B, A) 都是指同一條直線，故總可能數目實為 $30 \div 2 = 15$ 。(見圖三)

- 不計顏色，總計可以連出多少個不同的三角形呢？

6 點中任意選出 3 點就可以連成 1 個三角形，故總數目為 $C_3^6 = 20$ 。(見圖三)



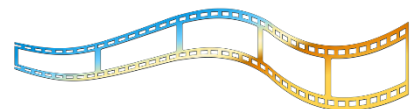
圖三

初中同學亦可循上述思路考慮，三角形有 3 個頂點，故總共有 $6 \times 5 \times 4 = 120$ 種選擇方式，考慮其中一組頂點，例如 (A, B, D) ，同樣是 A, B 及 D ，總共有多少種不同排列的方式？

下表列出所有以 A, B 及 D 為頂點的三角形。

(A, B, D)	(A, D, B)	(B, A, D)
(B, D, A)	(D, A, B)	(D, B, A)

以上的 6 種列法實際上都是同一個三角形，故總可能數目為 $120 \div 6 = 20$ 。組合數學可以告訴我們如何計算圖中可以連出的線與三角形的數目，但如果我們關心這些三角形是否同色時，這些就屬於「圖論」的範疇了。趣味的數學遊戲可提升同學對數學學習的興趣，亦可以是認識高等數學分支的入門，期待大家都可以分享更多不同的數學遊戲！

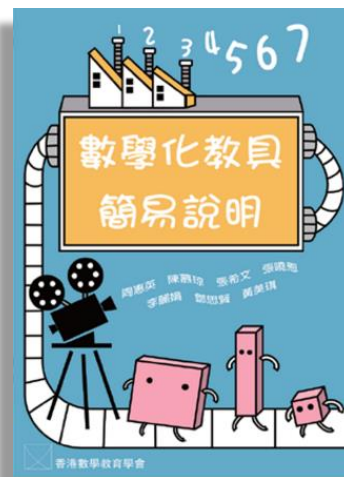


會務報告

電子書出版



數學化教學在香港推行了二十年，為了具體向學生揭示數學的衍生過程及數學概念，一群前線老師製作及尋找了不少具教學效能的教具及學具，並把它們按不同範疇，拍成短片，製成電子書，以供教學上的同道人互相切磋。有興趣的老師可發送電郵至 info@hkame.org.hk 索取書籍，費用全免。



小學生上數學課，總聽到老師說：「記著要這樣做……」。然而當學生問：「為甚麼...(不可以)是這樣？」，數學老師又會怎樣回應？有見及此，本會將於2018年以電子書形式再次出版《小學數學教育文集2015：決心與智慧的展現》。書中既列舉一些過往碰過的例子，亦嘗試分享該如何回應以上問題。本書的售價為每本20元正，有興趣訂購的會員或老師請瀏覽本學會網頁 <http://www.hkame.org.hk/Form/HKAME> 小學數學教育文集2015電子書 -- 訂購表格.pdf 下載並填妥訂書表格，把款項轉帳或把現金存入到香港數學教育學會恒生銀行戶口（號碼：383-058369-001）。存款後，請把銀行收據及表格電郵至 info@hkame.org.hk。

《數學教育》出版



《數學教育》(EduMath) 第四十期快將出版，屆時將以郵寄方式送遞本年度會員。若閣下仍未更新2018年度會籍，請於本月內盡快完成，以便繼續獲得本會的出版刊物。



續會手續

2017年度會員之會籍已經屆滿，若閣下仍未續會，只須填妥附上的續會表格，連同會費（支票抬頭請寫「香港數學教育學會」）郵寄至「香港郵政總局郵政信箱6139號」收。

講座重溫

蒙作者允許，《再讀弗賴登塔爾，重溫數學化》數學化教學講座二十週年系列，及《何以有些學生學數學學得好些？》新書發佈會暨講座論壇的內容簡報，已上載於本會網頁。各位會員及教育界同工可到以下網址下載重溫個別講座內容。

<http://www.hkame.org.hk/page.php?id=62&mid=362>



學會Facebook

本會已於 Facebook 建立「香港數學教育學會」群組，並會定期更新資訊。歡迎各會員加入，以便獲得本會的最新消息。



歡迎投稿

誠邀會員就日常教學點滴及心得，與大家分享。除教學反思，亦歡迎專業發展研討會後感、數學遊戲及謎題推介，與書籍介紹等。來稿請連同姓名及所屬學校或機構，以 Word 檔形式電郵至info@hkame.org.hk。文章經編委會審定後，或會作少量修訂然後刊登。不設稿酬。一經接納刊登，版權屬香港數學教育學會所有。

