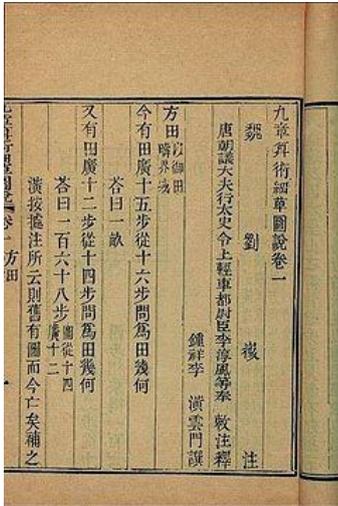




2013年10月

• 九章算術

《九章算術》共九卷，是現存最早的中國古代數學著作之一，其內容豐富，題材廣泛，共九章，分為二百四十六題二百零二術，不但是漢代重要的數學著作。在中國和世界數學史上佔有重要的地位。作為中國古代數學的系統總結，對中國傳統數學的發展有了深遠的影響。



圖片來源：互聯網圖片

今期內容



活動回顧、活動預告

學會於本年五月及六月舉辦之講座及大型教育會議包括「數學競賽培訓的虛虛實實」及「香港數學教育會議 2013」。給予業界及對數學教育有興趣的人士作學術交流，反應熱烈。而學會十月份活動有「摺紙與數學教育系列」。

[詳見頁二](#)



研討會後感、教室內外

今期分別有廖頌音老師就研討會撰寫後感。亦有馮德華老師教授多項式教學的心得及郭觀麟老師就數學史於聯立方程教學的分享。

[詳見頁七](#)

學會出版

介紹學會刊物《數學教育》及其他近期出版之書籍。



[詳見頁十一](#)

數學競賽培訓的虛虛實實



圖：〔由香港數學教育學會會長黃家樂先生及香港數理教育學會數學組召集人徐崑玉女士致送組念品〕
〔左起：馮德華老師、郭家強老師、李國柱老師〕

透視坊間數學競賽培訓班

學會於五月四日與香港數理教育學會假香港浸會大學基督教教育中心合辦名為「數學競賽培訓的虛虛實實」講座。當天有共23名會員出席，內容針對坊間林林總總的數學課餘活動如興趣班、培訓班〔奧林匹克數學班〕作詳細分析。探討學生經過這類培訓後除了學多一些數學知識外，數學著重的分析、推理、解難能力是否得到提高？通過是次講座讓同工們更了解這類課程，繼而在前線有效地幫助學生作出正確選擇。



馮德華老師以生動有趣方式講解競賽培訓的內容及教學方法，並分享其訓練及帶領國際數學奧林匹克香港代表隊的經驗，利用數學比賽的題目及思維方式，配合本港的數學課程以提高學生的數學興趣及能力。馮老師現職伊利沙伯中學舊生會中學。

郭家強老師現職港島民生書院，多年來於香港不同的崗位為數學教育作出貢獻，致力於推廣數學課堂上運用的遊戲及資訊科技。亦有參與本港科程發展、奧數隊培訓甚至師訓的策劃。郭老師當天分享的經驗，無不讓在場人士眼界大開。



李國柱老師現為香港培正中學數學老師，有多年培訓學生參加數學比賽的經驗。現為香港數學競賽〔HKMO〕委員會，當天與會員作經驗分享。

香港數學教育會議 2013



學術研討會正式謝幕

學會兩年一度大型數學教育會議於六月二十一日於香港大學舉行，本年度合辦單位為香港大學教育學院。共吸引196名同工及對數學教育有興趣的人士參加。本年度主題為「培養數學思維」仍教育最重要的目標之一，無論從事數學教育研究的學者、在前線與學生進行學與教互動的數學老師，或負責製訂數學課程及政策和提供支援的教育官員，其工作都必然與最終能促進學生數學思維有關。是次會議目的在提供平台讓各同業觀摩及交流不同的理論和實踐經驗，並促進數學教育的專業發展文化。

會議花絮：歡迎辭及致送紀念品

會議由香港大學教育學院院長 Prof. Stephen Andrews 及香港數學教育學會會長黃家樂先生作歡迎辭及致送紀念品。



專題演講

會議第一部分由英國諾丁漢大學(University of Nottingham)數學教育研究中心主管 Prof. Malcolm Swan 主持。內容主要環繞社會及個人對數學學習的價值觀。世界不少人士均認同價值教育能提升教學效能，是次演講講者透過不同例子講述價值教育的原理，並應用在課堂設計及應用上。

專題論壇：「培養數學思維」

茶聚後，由梁玉麟博士（香港浸會大學教育學系）主持的專題論壇正式開始，四位講者分別來自教育局及前線工作者。提供多元化觀點與角度，將教育政策及中小學前線情況與在場人士分享。

宏觀教育理念

教育局課程發展處梁廣成先生以《如何在數學教學上推廣數學思維》為題，分享如何在課堂上培養學生創意、批判性思考能力、分析及解難能力。讓同工了解除學科知識和技能外，能培養學生學習數學的興趣。

小學經驗分享

北角官立小學吳丹老師以不同的小學案例帶出小學課堂內的思維培養模式。當中的相片、影片及學生課業的分享為在場人士留

下深刻印象，更了解香港小學生所面對的問題及困難。

中學課室內外

伊利沙伯中學舊生會中學馮德華老師以《腦筋不轉彎》為題帶出現時不少中學生在數學應用上遇上不少困難。馮老師以風趣幽默、生動有趣的演講方法，把香港中學生在不同範疇上的問題一一道出。令在場人士拍案叫絕。

趣味數學探究

保良局朱敬文中學龍德義校長素來對以遊戲啟發學生數學思維造詣甚高。當日亦利用不同遊戲作例子，帶出如何寓學習於遊戲，啟發學生內在動機。而龍校長所分享的摺紙圖案更是鬼斧神工，令同工無不嘩然。



梁玉麟博士介紹四位嘉賓講者



龍德義校長分享



論壇答問環節

分組論文宣讀/工作坊/論壇

大會下午部份為分組進行的講座或工作坊，由來自不同單位的同工作小組形式的交流及分享，以下為當中部分花絮，如欲了解詳情請登入網址：<http://www.hkame.org.hk/hkmec13/> 重溫當天精采內容。



學會活動預告

摺紙與數學教育系列

摺紙手工藝，千變萬化。作為幾何實作，既有觀賞及實用價值，更能讓普及大眾享受數學的趣味性。對於如何將摺紙融入數學教育，確實是值得深入討論的話題。有見及此，本會將舉辦一系列有關摺紙與數學教育的活動，並邀請多位熱心教育工作者分享其教育心得及經驗。於十月下旬，先有李文生先生及龍德義校長分別於兩個周六，為我們分享他們對摺紙教學的見解及心得。有興趣分享的老師亦可跟執委會聯絡安排。



圖片來源：維基百科
<http://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%91%BA%E7%B4%99>

摺紙工作坊（一）

講者：李文生先生

日期：十月十九日（星期六）下午二時至五時

地點：香港浸會大學教學及行政大樓 AAB706 室

題目：摺紙雜作

內容摘要

透過摺紙，可以教什麼？可以學什麼？以摺紙為素材，可設計出不同形式的教學活動。本工作坊的焦點是開放式的摺紙探索活動。參加者可一起體驗從簡單的摺紙情境發展出豐富的幾何探究，例子包括實物與虛擬的操作，配合中小幾何課程及迎合日常教學所需。

摺紙工作坊（二）

講者：龍德義校長

日期：十月廿六日（星期六）下午二時至五時

地點：香港浸會大學教學及行政大樓 AAB706 室

題目：以摺紙學習數學

內容摘要

近年數學家對摺紙有較深入的瞭解，譬如摺出正七邊形、三分任意角、倍立方等等。將摺紙正式引進中小學的數學課並非天荒夜談，而是切實可行的。有關的細節安排當然不能急就章，但現階段大可以先行搜集適切的學習內容。亦趁機會重溫以下兩本以摺紙學習數學的教學內容：

T S Rao (1893) Geometrical exercise in paper folding;

A T Olson (1975) Mathematics through paper folding。

報名方法：

香港數學教育學會 2013 年度會員：請到學會網頁報名（免費）

非香港數學教育學會會員：請填妥第 6 頁報名表（每位 \$50），連同抬頭「香港數學教育學會」劃線支票寄回「香港郵政總局郵政信箱 6139 號」。



香港數學教育學會

Hong Kong Association for Mathematics Education

香港 郵政總局 郵政信箱 6139號
P.O. Box 6139, G.P.O., Central, Hong Kong
<http://www.hkame.org.hk/>

報名及收據編號：
(由本會填寫)

先到先得

摺紙與數學教育系列

報名表格 (只適合非會員之用)

歡迎同時填妥入會／續會申請表格以申請成為 2014 年會員

2013 年度會員請於本會網站報名。

請於下表出席日期上✓

	姓名	電郵	聯絡電話	費用	10.19	10.26
1						
2						
3						
4						
5						
合計：						

學校/機構：_____

支票銀碼：_____ 銀行名稱：_____

支票抬頭請寫「香港數學教育學會」。請填妥以下收據，以便本會於講座當天派發。

報名結果將於每項活動前三天刊於本會網頁，請自行查閱。若有任何問題，歡迎電郵至 info@hkame.org.hk 查詢。

收 據

報名及收據編號：
(由本會填寫)

茲收到 _____

港幣 \$ _____ 支票號碼： _____ 銀行名稱： _____

以繳付「摺紙與數學教育系列」(2013.10.19、10.26)。

教室內外

寓「過三關」於多項式學習

馮德華老師
伊利沙伯中學舊生會中學

在 3×3 的棋盤中，將橫三格、直三格或斜連三格均是題目要求的多項式圈出，就是「多項式過三關」。

例 1. 圈出「同類項」的三關。

x	$3x^2$	x^3
$4x$	$3x$	$2x^3$
$-5x$	3	$-3x$

例 2. 圈出「常數」相同的三關。

$y+3$	$xy-3$	$-x^3$
3	$3+z$	$3x^3$
x^2+x+3	y^2-3	x^3

問題 1. 圈出「同類項」的三關。

$-x^2y$	$7x^2y$	$4x^2y$
$4xy$	$2x^2y^2$	$8x^2y$
$3x^2y^2$	$-\frac{1}{5}xy$	$-\frac{1}{2}x^2y$

問題 2. 圈出「項數」相同的三關。

2	$x-2$	$2-x$
$2x$	y	$2x^2+3$
$2x^2+2$	y^2+2-y	0

問題 3. 先將下列多項式化簡，然後圈出「同類項」的三關。

$4a \times a$ =	$3a + a$ =	$6a - a$ =
$9b^2 - 5b^2$ =	$7a^2 - a^2$ =	$4 \times b^2$ =
$2a + 2b$ =	$3a \times b$ =	$3 \times (-5a^2)$ =

問題 4. 先將下列代數式化簡，然後圈出運算「結果」相同的三關。

$2x + x + y$ =	$3x + 2y - y$ =	$4x - (x - y)$ =
$2x - x + 2y + y$ =	$x + 3y + 2x - 2y$ =	$3y + 3x - y$ =
$3(x + y) - 2y$ =	$2x - y + x - 2y$ =	$2(x + y) + x$ =

問題 5. 圈出「次數」相同的三關。

問題 6. 圈出「 x 的係數」相同的三關。

$-x^2y$	$7xy$	$4x^2y$
$4xy$	$2x^2y$	$8x^2y$
$3x^2y^2$	$-\frac{1}{5}xy$	$-\frac{1}{2}x^2y$

$x^2 + x$	$2x - 1$	$4x^2 - x$
$4x^2 + 1$	$x^2 - x$	x
$-x + 1$	$x^2 + 2x$	$x - x^2$

鳴謝：教育局中學校本課程發展組
作者電郵：twfung@alumni.cuhk.net

數學史在聯立二元一次方程的教學

郭觀麟

東涌天主教學校〔中學部〕

聯立二元一次方程在初中及高中課程皆是重要概念。除了教授代數概念及運算步驟外，亦可引入中國在這方面的歷史貢獻。除可以引發學生學習動機亦令工具化的運算加添人情味。

中國《九章算術》

《九章算術》是我國其中一本最著名算書，成書於漢代。劉徽〔右圖〕曾為其中的公式與解法作證明¹，對中國以至世界各國的數學發展都有深遠的影響。

《九章算術》第八章《方程》中共有十八題，其中 8 題關於二元一次聯立方程，其餘的包括三元、四元、五元，甚至不定方程組。當中第二問是：



今有上禾七秉，損實一斗，異之下禾二秉，而實一十斗；下禾八秉，益實一斗與上禾二秉，而實一十斗；問上、下禾一秉個幾何？

答曰：上禾一秉實一斗五十二分斗之一十八，下禾一秉實五十二分斗之四十一
術曰：如方程。損之曰益，益之曰損。損實一斗者，其實過一十斗也。益實一斗者，其實不滿一十斗也。

“幾何”是問多少，“術曰”是為題解。“如方程”便如同我們列式，用課本常用的符號可抽象化成爲上禾一秉 x 斗，下禾一秉 y 斗，則有

$$\begin{cases} (7x - 1) + 2y = 10 \\ 2x + (8y + 1) = 10 \end{cases}$$

其後是我們現今的運算步驟：“損之曰益，益之曰損。損實一斗者，其實過一十斗也。益實一斗者，其實不滿一十斗也。”只需將常數項移項，則方程組變成：

$$\begin{cases} 7x + 2y = 11 \\ 2x + 8y = 9 \end{cases}$$

由於原文的第一問已詳細交代運算方法〔其算法與現今消元法類似〕，故此第二問只列出答案而沒有詳細解釋，詳情可參考註 1。

在《方程》後面的問題內不單記錄了未知數的移項及不同形式的係數運算，負數的出現及運用更令人驚訝，證明中國數學家在遠古的漢代已有負數概念並能運用於現實問題之上。

雖然第七章《盈不足》不是直接用解方程方法求解，但由於求解的公式實沿自將聯立二元一次方程的求知數移成主項，故亦能歸納爲同一類，進行教學時亦可連繫至雞兔同籠等問題。

盈不足問題多為二人共同購買物品：每人付a，盈x；所出b，不足y，求人數、貨物價錢：

$$\text{每人應支付} : \frac{ay+xb}{x+y}$$

$$\text{物價} : \frac{ay+xb}{x-y}$$

$$\text{人數} : \frac{x+y}{a-b}$$

《九章算術》共針對五種問題作解答，分別〔1〕一盈一不足、〔2〕兩盈、〔3〕兩不足、〔4〕一盈一適足、〔5〕一不足一適足，並利用簡單的公式解決了不同的分配、甚至混合分配問題。當中減省了煩瑣的代入法解方程，變為只需代入兩個數，無論盈虧問題都確保能得到解答。例如十三問：

今有醇酒一斗，直錢五十；行酒一斗，直錢一十。今將錢三十，得酒二斗。問醇酒、行酒各得幾何？

答曰：醇酒二升半，行酒一斗七升半。

術曰：假令醇酒五升，行酒一斗五升，有餘一十。令之醇酒二升，行酒一斗八升，不足二。

翻譯意思為若買醇酒〔較濃的酒〕五升，行酒〔較淡的酒〕一斗五升〔15升〕，盈十錢；若買醇酒二升，行酒一斗八升〔18升〕，則不足二錢。

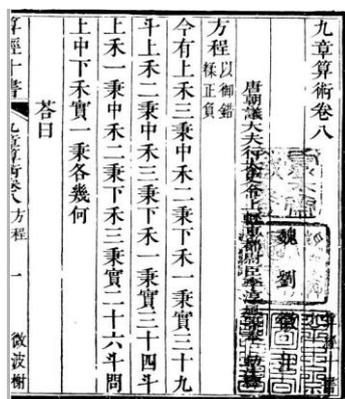
以上問題雖非盈虧問題，但亦可利用公式求解：

$$\text{醇酒升數} : \frac{5(2)+10(2)}{10+2} = 2.5 \text{ 升}$$

$$\text{行酒升數} : \frac{(15)2+10(18)}{10+2} = 17.5 \text{ 升}$$

不難發現較平常的聯立方程解法更直接，可讓學生了解不同的解題方法，再作比對。從而瞭解數學發展過程、對數學整體有較全面的看法和認識滲透多元化觀點。

註 1：郭書春〔1992〕。古代世界數學泰斗劉徽。中國濟南：山東科學技術出版社。



左圖：第八章《方程》；中圖：第九章《勾股》；右圖：第一章《方田》內的弧田圖

研討會後感

一次講座後的一點迴響

廖頌音

香港浸會大學附屬學校王錦輝中小學

這幾年，我參加過形形色色的教育講座。從不同講者的演說中，不但可以豐富我的教學經驗，還可以開拓我對教育的視野。隨着日子過去，我聽講座的數目漸漸增多，當中真是有驚有喜，我也開始學懂用平常心去參加這些講座。

在我眾多的朋友中，他們多次讚賞數學教育學會舉辦的活動，而我仍帶著平常心去參加四月六日由黃家鳴先生主講的講座「我的數學旅程——對學與教的一些想法」。講者黃老師的成長過程和不同文化的經歷，使我從不同的角度去了解數學多一些。在我教學的生涯中，他啟發了我對數學歷史的研究及更多不同形式的教學方法。或許也令我想想為何我們相對注重中史和西史，卻往往忽略對數學歷史的探究。數學歷史並不是一種沉悶的東西，透過了解古人的日常生活，去明白數學的概念、其義意和發展。但另一方面，講者黃老師利用不同形式的教學方法，如電影、卡通片、日常生活的例子等，帶出一些重要的數學概念，表現出數學與我們的生活息息相關。再一次多謝講者黃老師給我上了寶貴的一課！

學會出版

《數學教育》第三十六期（二零一三年六月號）將連同另一本名為《全港性系統評估〔TSA〕評論文集》於本月陸續以郵寄方式送贈本年度會員。如果閣下屬於2013會籍，於十月下旬尚未收到該兩本書刊，請您與學會聯絡，以作跟進。

歡迎投稿

誠邀會員就日常教學的點滴、遇到的問題及心得，與大家分享。除教學小品外，亦歡迎專業發展研討會後的感想或反思，又或推介數學遊戲、謎題、書籍介紹等。來稿請連同姓名及所屬學校或機構，以Word的文件檔電郵至本會電郵info@hkame.org.hk。

經編委會審定後，或會作少量

修訂然後刊登。不設稿酬。文章一經接納刊登，版權屬香港數學教育學會所有。

數學教育徵稿

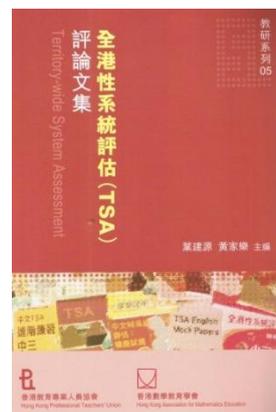
如果大家對課程發展，課程內容的設計，及課堂教學有任何見解或有趣經驗，歡迎大家投稿至《數學教育》，彼此交換意見和分享感受。

《數學教育》設有「教室剪影」專欄，歡迎各前線數學老師將日常教學上的觀察或反思記錄下來，以簡短的札記甚或漫畫形式投稿至本刊。請各位會員及讀者積極投稿！

來稿請以電郵寄往edumath@hkame.org.hk或郵遞至香港郵政總局郵政信箱6139號。



《數學教育》第三十六期



《全港性系統評估〔TSA〕評論文集》