

索瑪立方小記

黃毅英

香港中文大學課程與教學學系

引子

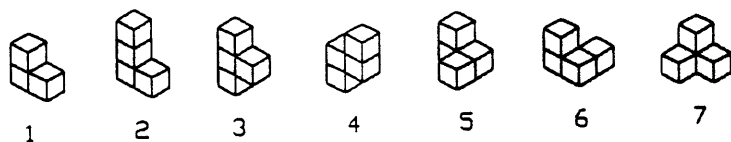
台灣九章出版社最近於台灣成立了一個數學俱樂部，每兩星期聚會一次，為青少年提供不少數學活動。世界聞名的「索瑪立方」當然吸引了不少中學生，其中一名新竹市光華國中一年級的賴俊儒這麼寫道：

「去年暑假在九章數學俱樂部(遊戲中的數學)活動中，我第一次接觸到索瑪立方這個玩具，玩了之後我很驚訝，簡簡單單的七種組件卻可以變化出多樣的造型，我用了一個禮拜的時間拼完卡片上所有的造型，還設計了幾個新造型投到索瑪立方的網站。那時候全家愛玩的遊戲是隨便抽一張卡片，然後用計時器計時，比賽誰排得最快，最常見的結果是一我第一，媽媽殿後。

有一回，聽孫文先先生提到有關文獻說索瑪立方體有 240 種不同結構的組合方法，當時，我就想試試看能不能將這 240 種排法排出來。在徵得爸媽的支持後，我們先向木工廠訂了三種不同單位的木塊由媽媽和姊姊製成七種不同的組件，爸爸再漆成不同顏色，全家開始向索瑪立方體挑戰。

按照計劃我一種一種的去嘗試組合，起初進度較慢，不大順手，等我熟悉七種組件間的關聯和變化後，組合成功的立方體就迅速增加，可是隨着組合的增多，重複出現的情況也多了，在拼拼拆拆下目前我已排出四百七十幾種組合。現在我和家人最常作的一件事就是望着擺在地板上的立方體發呆，企圖找出重複的組合或排出新組合。

有一次我作夢，夢見滿地的索瑪立方體在翻滾一恐怖!!」



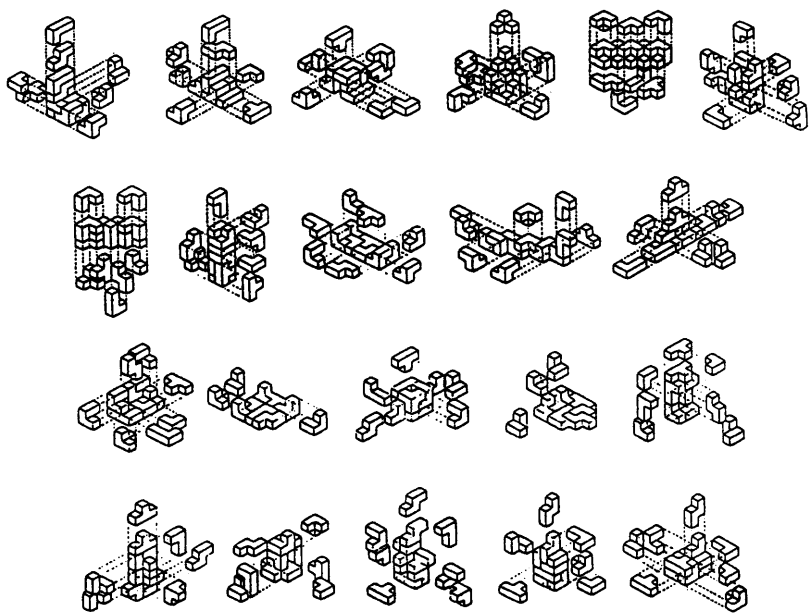
圖一：索瑪立方的七個組件

後來，他更拼湊出 476 種不同解法，與文獻上所說的 240 種為多。在電郵中引起一些討論。以下是綜合蕭文強教授、孫文先先生、劉江楓教授及 Prof. John Conway 的對話，今試作整理給讀者參考。

背景

索瑪立方是有名的「裝嵌遊戲」，其任務是將七個立方體形狀砌回一個正立方體。但它好玩之處是除此之外，還可組構各式的立體圖形【圖二】，

就像一個立體的七巧板。它的發明者是科學作家 Piet Hein。據說他是在一場海森堡演講「量子物理」的場合，構思出索瑪立方體的。當時這位德國物理學家正在講述把空間切割成立方體，Hein 敏銳的想像到以下的幾何原理：四個以內同樣大小的立方體，以面相接，構成的所有不規則形狀，可以組合成一個較大的立方體。



圖二

海森堡還在演講，海恩已經很快地在紙上畫出七個形狀，共 27 個小立方體，可以組成一個 $3 \times 3 \times 3$ 的方體。演講結束之後，他把 27 個方體黏成這七個形狀，很快的証實了自己的看法。這一組七塊組合體便以「索瑪」的

商標上市，從此風靡了北歐各國。

此外，它還可以拼湊出其他形狀。這讓把玩者不只樂趣無窮且能增加其空間想像力。

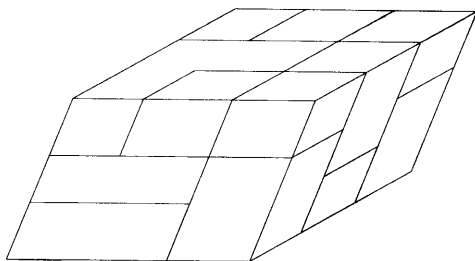
解決數量

Martin Gardner 在 *The Scientific American* 1958 年九月號中提到 Richard Guy 說有超過 230 個解(該文後結集於 M. Gardner 之 *The Second Scientific American Book of Mathematical Puzzles and Diversions* 第 6 章: The Soma Cube)。Conway 與 Guy 於其 *Winning Ways* (Berlekamp, Guy 及 Conway 合編) 則明確指出有 240 個解。

事實上，Gardner 在其 *Knotted Doughnut* 第 3 章 Polycubes 頁 29 中所指到有 240 個解，並指出為 Conway 及 Guy 之兒子找到的。及後，Conway 指出，除了一個離散的解外，其他 239 個解可以最多移動三塊由一個變成另一個。詳見 *Winning Ways* 卷 2 頁 802-803。

Conway 指出此 240 個方法並非由有系統之方法找出。然而此數目已由索瑪立方專家 Sivy Fari 及電腦驗證。這樣算法是把鏡面倒影(mirror image)和剛體變換(rigid motion)所得出的影像也當作一個。若把倒影也計算在內，數量自然應有 480。故賴同學得出 476 不足為奇，反而，他還差兩個(連同其倒影即 4 個)哩！

最近有人將索瑪立方變成一個斜立方體，名為 **rhoma** (取自 rhombus 及 soma)，得出另一種意趣。但在這個情況，就只有一個解。



圖三：rhoma