

梁老師鑑添博士在香港數學教育界的身影¹²

黃毅英

退休數學教育工作者¹³

1995 年梁鑑添博士榮休講座以「四維共濟」為題，其中四維包括縱向的小學、中學、大學和師範教育，及橫向的學生、教師、數學家、教育家。在世界各地，學科專家與學科教育專家處於合作狀態並非必然，所謂「數學戰爭」¹⁴ 時有所聞。縱使數學家、教育家間的關係不至於那麼緊張，數學家往往專注其研究工作而無暇兼顧數學教育可以理解。香港十分幸運素來有着不少數學家關心數學教育，他們心知學校數學教育亦關乎（大學）數學專才之養成，他們願意投放不少心力時間到中小學數學教育來。而梁師鑑添博士便是當中之表表者。

從《初級集合論》說起

梁老師於 2019 年 6 月 23 日與世長辭了！¹⁵ 談到梁老師和中學數學的因緣，多由他與郭麗珠老師合寫 1964 年的《初級集合論》說起，因為不少香港大學數學系學生在未進大學親睹其風範前已在中學接觸到這本書。不過要深入了解這本書，必須回到當年的時代背景中。在黃用諏教授¹⁶ 給《初級集合論》的獻詞中便可了解當中脈絡。集合論在中學數學之出現源於新

12 感謝蕭文強老師及葉照坤、鄧國俊兩位先生提供資料和寶貴意見。又得港大數學系主任吳端偉教授借出梁師在《數趣漫話》的照片，並慨允於本文中採用，於此一併致謝。

13 港大數學系文學士，1977；哲學碩士，1981。

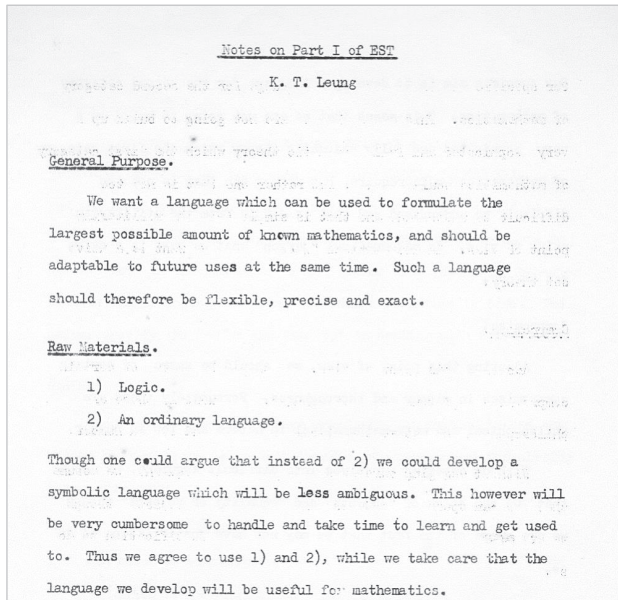
14 本會出版之「鄧國俊、黃毅英、霍秉坤、顏明仁、黃家樂（2006）。《香港近半世紀漫漫「小學數教路」：現代化、本土化、普及化、規範化與專業化》。香港：香港數學教育學會（再版：2010）。」頁 227-229 有簡單描述。

15 更多資料可 https://hkumath.hku.hk/web/memory/memory_ktleung_main.php。

16 香港大學數學系教授，戰後首任系主任直至 1996 年退休。詳見「黃毅英（2001）。〈香港數學教育史系列：香港數學之成形與開展——黃用諏教授訪問記〉。《數學教育》11 期，2-15。 http://www.hkame.org.hk/uploaded_files/magazine/11/180.pdf」。又見 https://hkumath.hku.hk/web/memory/memory_ycwong_main.php。

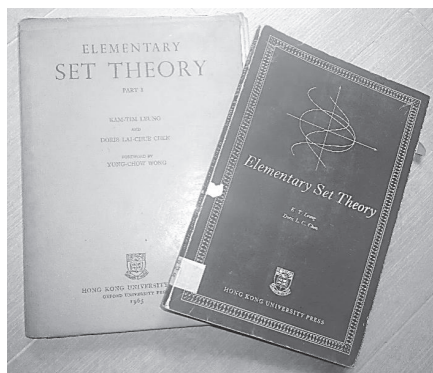


訪問黃用諏教授後攝。左起：蕭老師、
黃用諏教授伉儷、梁師伉儷與筆者。



梁師給大學一年級的初等集合論講義（部份）

數學運動。黃教授說「現代數學最震撼的特色在於其統一性及能推廣性，於現代數學，不同領域之界限變得模糊.....從而衍生一些基礎概念，符號及用詞，這些於大部分數學都顯得重要和常用」(頁 v)¹⁷。這便是包括集合語言的「數學基礎概念」(fundamental concepts)¹⁸。梁師給大學一年級的初等集合論講義(1974 年)中也指出「我們需要一套語言使能組織(formulate)現時所知數學的最大部份，同時亦可調適為未來之用。這種語言故此應是富有彈性、精準及準確」(頁 1)¹⁹。所指的語言便是集合論。



《初級集合論》

黃教授的獻詞中亦提到，早於 1959 年，他覺得為大學一年級引進「基礎概念」的時機已經成熟，最早由周紹棠教授(後轉職中大)草擬大綱。後來梁師於 1960 年加入港大，遂與郭麗珠老師整理出相關講義。接着因著新數學運動【註】席捲全球²⁰，他們決定把符號邏輯及集合論引進高級程度大學大學試(純數科)。而漸漸地，《初級集合論》²¹一書變成為中六關於

17 筆者中譯。

18 一般指命題運算(所謂符號邏輯)、集合語言、關係及函數(映射)等。

19 筆者中譯。

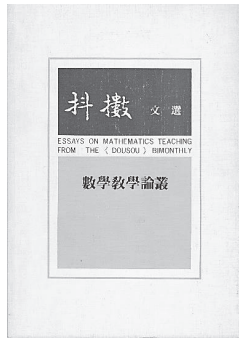
20 其實在 1964 年才正式「登陸」香港，詳見本會出版之「黃毅英、黃家樂(2001)。「新數學」運動的過程及對當代數學教育之啟示」。載黃毅英(編)，《香港近半世紀漫漫「數教路」：從「新數學」談起》(頁 9-111)。香港：香港數學教育學會。」

21 Leung, K. T., & Chen, D. L. C. (1964/67). *Elementary set theory (Part 1/2)*. Hong Kong: Hong Kong University Press.

該方面最風行的參考書。梁、郭兩位老師續於 1967 年寫成該書下冊，內容包括較高深的集合論，如數系、勢、序等。故此集合論之引進中學、甚至大學與新數學運動息息相關。

《抖擻數學教學論叢》之針砭

當然在香港推行新數學的包括不同學者、官員及前線老師，但梁師實為其中一份子。不同課程改革出現種種問題是常見的事，前線人員如何理解和執行課程（所謂 *perceived* 及 *implemented curricula*）是其中一環。據當時一些有份推行的人員憶述，老師準備不足是其中一個問題²²。除此之外，梁師亦留意到新數學在英美出現種種問題（包括所謂「小尊尼不會加法」²³），於是在本港提出要慎防問題出現的警號。



《抖擻文選：數學教學論叢》

他關於新數學出現種種問題的意見，不少在《抖擻》中發表。值得注意的是，梁師沒有否定新數學，而是指出當時在推行上的問題和請大家借鑒外國開始出現逆流。有些人可能以為《抖擻》是一本關於數學或數學教育的期刊，恰恰相反，正如其發刊詞中說，梁師（作為抖擻雜誌社社長）引用了清代學人龔自珍的詩：「九州生氣恃風雷，萬馬齊喑究可哀；我勸天公重抖擻，不拘一格降人才」，希望打破人文，科技，教育之樊籬，辦一本

22 甚至有用「只顧衝刺、欠缺補給線」來形容。見本會出版之《香港近半世紀漫漫「數教路」：從「新數學」談起》頁 52-76。

23 Kline, M. (1973). Why Johnny can't add: The failure of the new math. New York: Vintage Books.

綜合性刊物。其中文章文、史、哲，科技，藝術，兼而有之。不過由於後來（1981 年）年雜誌社將有關數學教育的文章結集成《抖擻文選：數學教學論叢》（下簡稱《論叢》），至今《抖擻》中關於數學教育的文章較為人熟知。

不會只回顧與批評，還提供了前瞻

《論叢》確實結集了梁師在一段頗長時期（1974-1980）對數學教育的看法和意見。一些觀點，如避免僵硬地引進數學，要慎防把數學過早地形式化、系統化、符號化等至今鏗鏘有聲²⁴。其中亦不囿於對現況之批評，他亦為數學教育作出前瞻。



大學畢業同學會數學研習

1976 年港大畢業同學會²⁵ 成立，成立之初以理工科畢業生為主。學會曾於 1977 至 1978 年間舉辦三場數學研習（假銅鑼灣金殿大廈），頭兩次梁師均有應邀發表演說：第一次關於幾何²⁶，第二次便是對數學教育之前瞻。這亦足見梁師對本地數學教育及相關專業團體的投入和支持。第二次演說

24 張僑平、梁玉麟、陳葉祥、黃家鳴、黃毅英、鄧國俊（2019）。〈我們對數學教育的看法〉。《學校數學通訊》，22 期，頁 6-16。

25 正式名稱為大學畢業同學會。

26 梁鑑添（1977）。〈幾種幾何教學方法的比較〉。載大學畢業同學會（編），《數學研習》（頁 13-17）。香港：作者。後載蕭文強（編）（1995），《香港數學教育的回顧與前瞻》（頁 17-24）。

後來更擴充成為同名論述²⁷。到〈評論近二十年來中學數學課程改革〉²⁸一文，可謂把過往思考作出寶貴的大總結。當中涉及其赴廣州演講的一段佳話。

1978 年內地教育從文革逐漸復元過來（同年恢復高考），漸漸從學習蘇聯轉移參考西方之教育經驗。然而內地對外未完全開放，遂邀梁師赴穗介紹數學教育的最新趨勢。經過多方悉心的安排，梁師於 1978 年 4 月前往廣州中山大學演說，當時只可以用萬人空巷來形容，講堂內冠蓋雲集，座無虛席。所演講的便是「評論近二十年來中學數學課程改革」。及後梁師再和同赴廣州的幾位寫成以下諸文。

林文沾²⁹（1978）。〈中學數學現代化的一些問題〉。《抖擻》28 期，41-45。

陳鳳潔、周錫昌、蕭文強（1980）。〈對國內中學數學教學大綱的一些意見——兼談數學教育之目的〉。《抖擻》38 期，76-83。

周錫昌（1980）。〈《中小學數學教學總觀分析報告書》簡介〉。《抖擻》39 期，77-85。³⁰

基礎數學

正如上面所說梁師並沒有全盤否定新數，亦不是只顧批評新數產生的流弊，在提出了新數學的意見後，往後前瞻便涉及了幾個課題。一、如何把新數學好的東西保留，並恢復舊數當中好的東西？——這便是「合併數」的理念；二、其中一環（舊數當中好的東西）便是傳統幾何，在新數「打

27 梁鑑添（1977）。〈香港中學數學課程的回顧與前瞻〉。載大學畢業同學會（編），《數學研習之二》（頁 2-3）。香港：作者。同年擴充版刊《抖擻》22 期，35-38。

28 梁鑑添（1977）。〈評論近二十年來中學數學課程改革〉。《抖擻》38 期，64-75。以上兩文分別收入《論叢》（頁 29-29 及頁 44-56），並載《香港數學教育的回顧與前瞻》（頁 25-30 及頁 31-35）。

29 筆名。林、文、沾分別代表三人。「沾」即為梁師。梁師說：「古字無添，以沾作添」。足見梁師的國學造詣。

30 此外還有「勞國維（1981）。〈談國內中學數學教學大綱（試行草案）及初中數學課本〉，《抖擻》43 期，71-76」一文。以上四文分別收入《論叢》（頁 36-40、頁 57-64、頁 65-73 及頁 87-92）。

倒歐家店」之後如何找回一些合適的幾何重新引進學校數學？三、在普及教育方興未艾的新形勢下，哪些才算最基礎的數學，對無論將來進修數理科的和從事各行各業的都有效？四、第三個問題又微妙地和數學的發展（「數學史」）有關，因為粗略而言，學生數學概念的形成和人類的數學發展有類同之處（所謂「學重演法則」³¹⁾ ³²⁾。

梁師對以上問題的想法詳見他的文章，於此不贅。但從上面的脈絡（由針砭時弊到前瞻及具體構思）不難看出其用心。

在美國，NACOME 報告書³³⁾ 標誌着新數學時代之「終結」³⁴⁾，其中提出回到基本（back to basic），並提出十項「數學基本技能」（後來美國國家數學督導員議會於 1977 年進一步發表了「數學基礎技巧」立場書³⁵⁾）。梁師當然有留意到這樣的趨勢並於〈評論近二十年來中學數學課程改革〉一文中引述。

梁師對當時香港新數學的一個批評是關於教科書的質素，於是他身體力行，夥同郭麗珠和陳載澧兩位老師合編了一套名為《基礎數學》（*Basic Mathematics*）³⁶⁾、適用於中學的教科書，可惜由於種種原因未能列入教署的「推薦書單」（recommended book list）不過仍有學校樂於採用！

31 Recapitulation。見「Siu, F. K., & Siu, M. K. (1979). History of mathematics and its relation to mathematical education. *International Journal of Mathematical Education in Science & Technology*, 10, 561-567.」

32 關於數學史課程的設置，可見「梁鑑添、蕭文強（1980）。〈一門與數學發展史有關的課程〉。《抖擻》41 期，38-44。」。後收入《論叢》頁 74-80，並載《香港數學教育的回顧與前瞻》頁 57-68。

33 National Advisory Committee on Mathematics Education. (1975). *Overview and analysis of school mathematics, Grades K-12*. Washington, DC, U.S.A.: Conference Board of the Mathematical Sciences.

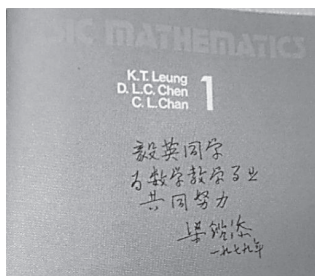
34 其實教育理念和課程發展往往是延續的，無所謂終結。

35 National Council of Supervisors of Mathematics. (1977). Position statements on basic skills. Reston, Virginia, U.S.A.: Author. 刊於 *Mathematics Teacher*, 71(2), 147-152.

36 Leung, K. T., Chen, D. L. C., & Chan, C. L. (1975~78). *Basic mathematics 1-5*. Hong Kong: Longman. [陳老師只參與初中部份]。



梁師連同其他老師所撰寫之教科書

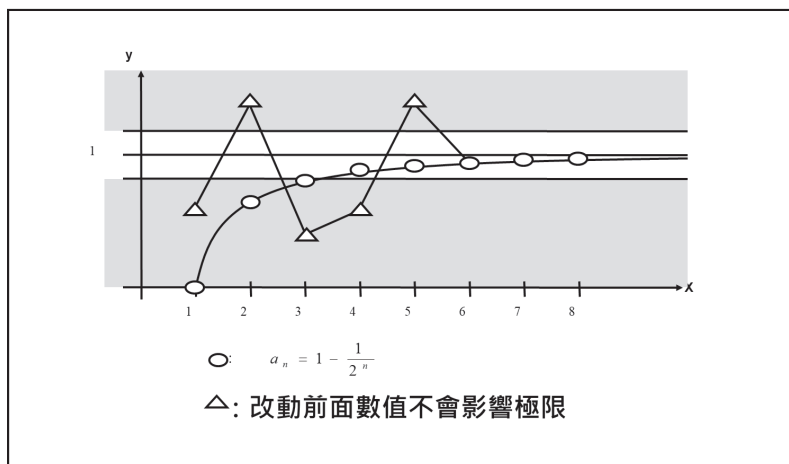


畢業後唸碩士，梁師成為我論文評審委員之一。及後到中學任教，初出茅廬，買了一套 *Basic Mathematics* 作參考。拿到母校請他簽名，他竟然題了字勉勵我努力——「共同」就不敢當了！

關於寫教科書，有一段和梁師的小插曲，在《教書？教數？育人？》中記述了：

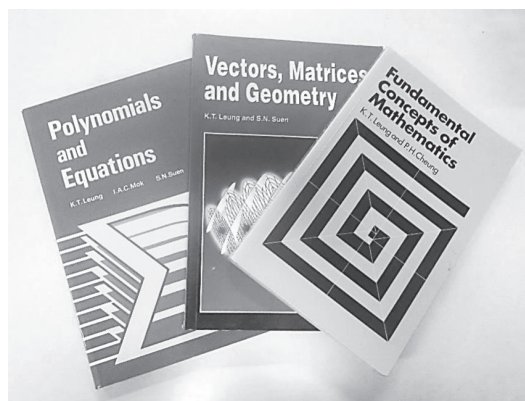
當時我大約在碩士的第二年半完成論文，到正式到中學任教有半年的空檔，我就開始嘗試草擬教科書的雛型，我還記得首先草擬的是「極限」，因為我當助教時是協助這大學一年班的數學分析。當時還把初稿呈梁鑑添博士給意見，他看後說不要只交代定義和證明，要闡述背後的意念，例如極限所表現的「最終趨勢」(eventual tendency)。這些意見我至今仍銘記。³⁷

37 黃毅英 (2016)。《教書？教數？育人？——數學教科書論述》。香港：香港數學教育學會。頁 17。



可見梁師重視數學內容，更重視數學的味道。

嗣後梁師不忘把數學家的角度向中數生介紹數學，完成了「高中三書」。當時他特意找了三位資深的前線數學老師協助合寫，他們後來都成為學會的骨幹成員（*Fundamental Concepts of Mathematics*, 1988：張百康；*Polynomials and Equations*, 1992：莫雅慈和孫淑南；及 *Vectors, Matrices and Geometry*, 1992：孫淑南。張為創會副主席至 1997 年，莫 1998-1999 年為副主席，孫則為創會執委至 1999 年）。



高中三書

理學院院長

眾所周知，梁師為港大首位華人理學院院長（1974-1976），雖說職位於理學院，梁師作為院長的工作於數學系的發展有著密切的關係。由於歷史原因，數學系一直同時隸屬於文學院及理學院（而且是唯一有這特別安排的學系），直至後來大學要求每個學系只能從屬於一個學院，學系便選定了理學院。這涉及課程結構由文學院沿用的英式試卷（paper）制轉到理學院的學分制。梁師任院長期間正值這轉折的過渡期。而明顯地梁師在課程改革及過渡安排上著力不小。

筆者就讀期間（1974-1977），文學院數學與理學院數學的分別經已不大。理學院同學一年級要修物理、化學，文學院的修統計。入學時文學院（因要和文學院全院要求一致）對高考「英語應用」一科的要求較高，若不及水準時入學後需經過小測試，甚或要求參加英語強化課程。此外理學院二年級考二年級的科目，三年級考三年級的科目（之所以為學分制），文學院的畢業試一併考二、三年級科目（二年級沒考試——兩種做法各有利弊）。也許由於文學院同學一年級不用修物理、化學，課時比較少的原故，一年級特開設一科名為 BA Year I seminar（文學院一年級專題研習），由導師指定一些文章³⁸，不是由導師講解，而是由同學在家中研習然後在課上報告，各同學參與討論。這是給文學院數學一年級的。此外（一般建議三年級修讀）亦有一科名為 pro-seminar³⁹，同時供文學院及理學院選修。這種形式的研習在歐洲十分流行，能為將來有志進行數學研究的打下堅實的基礎。這理念亦是由梁師帶回香港的。

學校數學課程之參與

大家都知道梁師統領高級程度考試純數科多年，其實他的工作遠超一些人所想像的「主考」。據梁師於〈數教漫話：如是我睹、我聞、我思〉（http://www.hkame.org.hk/uploaded_files/magazine/1/27.pdf）中憶述，他甫加入港大，系主任黃用誨教授已請他擬定普通程度和高級程度純數科試卷

38 筆者那一年是由導師歐陽亦藹博士介紹一些美國數學月刊 *American Mathematical Monthly* 的文章。據筆者所知亦有採用整本書的（每同學研讀一章），如 Landau 的 *Foundations of Analysis*。（*Grunlagen der Analysis* 的英譯：《分析學基礎》）。

39 或可譯作「近研習」？用「近」一詞因只屬一種練習，有別於正式數學家之間進行的研習。

(當年仍有普通程度考試，直至 1965 年)。至考試局⁴⁰ 接辦高級程度考試之後，梁師即任純數科主考 (chief examiner)，卷一 (以代數學為主) 主考為郭麗珠老師，卷二 (以解幾、微積分為主) 為黃炎明老師。後來 (應是為了考試局方面的成本控制)，不另設主考一職，郭老師亦辭任了卷一主考，梁師便擔任卷一主考、兼協調兩卷。此外，梁師亦為高考純數科科目委員會主席，故此他不只全程主持整個擬題及評卷過程 (差不多忙上大半年)，亦主持擬題質素及學生表現的評鑑與檢討。當中亦包含了檢視境外專家之評審報告⁴¹。中間亦經歷一些課程檢討及修訂⁴²。

1992 年課程發展處成立，翌年葉照坤先生從考試局轉職該處，旋於 1994 年與數學界朋友發起「武林大會」，整體檢視數學科的課程⁴³。葉先生長久以來擔任高考純數科秘書，與梁師合作多年，順理成章邀梁師出席。梁師翩然蒞止，暢抒己見。可見梁師一直關心及直接參與學校數學之一斑。

支持學會

學會成立時，梁師經已退休離港，故此沒有邀請梁師參與。當時學會同時發行《數學教育》，向他邀稿，他二話不說，給了我們〈數教漫話：如是我睹、我聞、我思〉 (創刊號)。當時課程改革引起種種爭議，筆者乘他 1997 年回港稍駐之際，請梁師抒發他在「武林大會」中發表「一條龍」的見解，他欣然接受。當日關心數學教育人士雲集聆聽教益。梁師風采依然，之後筆者整理成文章，於《數學教育》 (第五期) 發表 (http://www.hkame.org.hk/uploaded_files/magazine/5/6.pdf)。

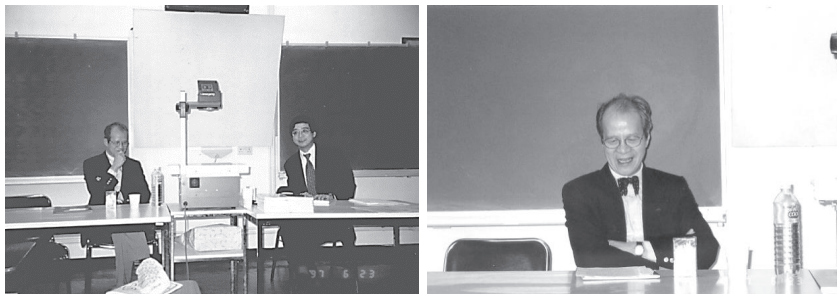
40 正式接辦為 1980 年，但之前有幾年籌備及過渡期。「考試局」2002 年後易名「考評局」。

41 考試局每隔幾年循例須邀境外專家檢視課程、題目與學生表現，並且和外國相應考試 (當時一般是 GCE) 作比對以確保本地考試的國際認受性。

42 包括 1985 年嘗試把「純數」及「應數」重組為「數學」及「增修數學」Further Mathematics (最終沒通過)，以及 1990 年將課程文件加上「註釋」等。亦包括 1980 年代末設立「高級補充」數學科的討論。

43 初期葉先生未正式上任，後任第一屆課程發展處數學科領頭人 (正式職稱為數學、科學及電腦教育組高級課程主任)。詳見本會之「黃毅英 (2014)」。《再闖「數教路」：課改下的香港數學教育》。香港：香港數學教育學會。」

2005 年學會十周年會慶，梁師再親臨講話，表達支持及鼓勵！



梁師於學會舉辦之「一條龍」講座

數學家的教育家風範

梁師創辦之「數趣漫話」⁴⁴ 至今仍為人津津樂道。1994 年梁師首場「350 年懸案：費馬最後大定理」逾一小時的講座毫不倚助講稿，如流水行雲般把整個傳奇層層縷述，座中如沐春風。



梁師在「數趣漫話」之風采

44 https://hkumath.hku.hk/web/public/pub_lecture.html。

梁師謙謙君子，但當他見到教育出現種種問題時，他又不吝嗇地站出來陳述他的見解、試圖匡正。孔子的學生形容他的老師「溫而厲」⁴⁵ 不就是在梁師的身影中見到嗎？

在今天大學「不發表便發霉」的大環境下，希望仍有不少關心數學教育的學者，攜手做到梁師提出「四維共濟」的理想。



筆者「謝幕講座」中，梁師竟破格光臨，眾人驚喜不已。



1978 年繪

45 《論語·述而第三十八》：「子溫而厲，威而不猛，恭而安」。

【註】

上世紀 60 年代的新數學運動，很難以三言兩語概括。關於這個運動的專論也很多。簡單來說，當時歐美面對蘇聯軍事科技競賽，提出要把數學及科學教育現代化，並且把學生盡快帶到科學前沿，不總是教授 17 世紀以前的東西。具體做法是，「打倒歐家店」、取以代之為邏輯與集合、引入一些較現代的課題如統計與概率等。教學法則提倡學會學習、自我發現。在歐美，逐漸出現的反對聲音主要是學生傳統數學技能下降，出現所謂「小尊尼不會加法」；以及家長不了解新課題而反對。在香港，由於仍然處於精英教育年代，數學水平下降沒有明顯地出現，家長聲音在當時社會環境亦不太強烈。最初新數學的引入是以一種小規模教學實驗出現，豈料大家趨之若鶩，於是逼得急速地給教科書、考試範圍等建立起來。主要的問題是老師準備不足。不過當時沒有廢除舊數的考試範圍、新舊數並存，所以「回到基本」相對地容易。無論如何，總體來說，推行的問題多於本身的理念。詳見「黃毅英、黃家樂（2001）。〈「新數學」運動的過程及對當代數學教育之啟示〉。載黃毅英（編），《香港近半世紀漫漫「數教路」：從「新數學」談起》（頁 9-111）。香港：香港數學教育學會。」

作者電郵：nywong@cuhk.edu.hk