初小數學學習困難：一個教學輔導設計個案

馬淑茵 香港柴灣信愛小學

黃家鳴 香港中文大學課程與教學學系

「我認識一顆行星，上面住了一位紅臉的先生。他從沒聞過一朵花；他從沒注視過一顆星；他從來沒愛過一個人。他除了作加法之外甚麼也沒做過。而整天像你一樣一遍又一遍的說：『我是嚴肅的人，我是嚴肅的人！』而他很引以自豪。但這不是人，這是蘑菇。」

Antoine de Saint-Exupéry 《小王子》

引言

「學習」是指經由練習或因經驗而使人在行爲上產生較持久性改變的一種過程，也是人類生活中最普遍的活動之一 (許天威， 1986 ；王克先， 1987)。故此，正面而有效的學習對一個人的自我成長及改進都是極爲重要的。而學習亦是我們每個人都有的天賦能力，只是程度上有差別而已。此外，它也是我們基本的需要和權利。故若有人因種種不同的原因，使他們在學習上出現困難，因而阻礙了他們正常的學習，令他們不能從中有所得著，或領略箇中的樂趣，對他們以至是整個社群來說，都絕對是一種損失和不公。然而，每個人的學習能力或在不同方面的表現有所差異，卻又是難以避免和不爭的事實，所以如何找出個別學習者的學習困難，並對之予以適當的重視及輔助，使最終能令他們發揮其潛質，實在是值得教育工作者加以關心和深入討論的課題。而我們若能在一個人的兒童時期，這個學習剛起步的時候，已能針對其學習的困難，給予適當的幫助，必能收其事半功倍之效，對其日後的心智發展亦將帶來最大的助益。本文正是要針對初小數學學習困難的一些問題進行初探，希望藉此能令筆者本身及其他數學教師對有關的課題帶來或多或少的啓發。

我們首先會對一般學習困難的涵義作一基本的闡釋，然後再探討初小數學學習所涉及的一些問題。而爲了能更具體地探討這些問題，我們選用了一個兒童較容易在當中出現學習困難的範疇 —— 簡單

加數計算 —— 作較深入的討論。選擇此範疇的原因，是因爲筆者之一曾在一次教學實習中，遇到一個在數數、加減數運算的問題上，均有學習困難情況出現的學生。雖因是次實習的時間太短，只能初步掌握到一些有關的資料，而未能眞正對他作出詳細及適當的輔導，但這卻觸發起我們對有關的學習困難問題，產生進一步的研究動機和興趣，以此作爲對有關問題作更具體和深入的研究焦點，並且針對個案探討可行的教學輔導方法設計，藉此帶出一個理論應用的實例。

學習困難

一直以來，人們對「學習困難」(learning difficulties / disabilities ；中文用詞上常與「學習障礙」一詞互用) 均有不同的理解，各派的學者，如神經生理學家、心理學家或語言心理學家等，都對它賦予不同的定義。但一般來說，學習困難可被歸納爲兩大類：一爲偏重病理學的說明，指出有關的學習障礙跟中樞神經系統有關，是機能受損後的異態表現；另一類定義則偏重行爲的描述，與生理因素沒太大的直接關係 (許天威， 1986 ， p. 17 ；王克先， 1987 ， p. 353)。而本文則只針對後者 —— 偏重學習行爲的描述作探討，以便能對在學習的行爲或過程上所出現的障礙及有關的表現能多作瞭解，從而設定有關的教學安排以作輔助。

雖然，學者們對因行爲而產生的學習困難也有很多不同的理解，然而，當中卻有著一個共同點，就是它應歸入特殊兒童教學考慮的一環，但卻有別於智能不足者、情緒困擾者、視覺和聽覺等能力上有缺陷的類別。他們的智力該有中等或以上的程度，但卻因學習的過程出現問題，而產生學習的障礙，使學業成就偏低。簡言之，就是智力與成就間的表現出現差距 (許天威， 1986 ， pp. 30-31 ；毛連塭， 1991 ， pp. 3-4)。

而在有學習困難的兒童的特徵方面， Bateman 及 Gearheart 這兩位學者對此均有極精闢而清晰的界說，茲以此爲代表並分述如下。Bateman 主要以下列特徵作爲定義：

> 「學習障礙兒童顯示著個體的預估之智慧潛能與實際之表現水準二者間存有教育意義的差距，此差距現象跟學習過程之基本異態有關，......這種異常狀態並非隸屬於一般的智能不足、教育或文化剝奪，也不隸屬於嚴重的情緒困擾，或感官作用喪失。」(Bateman, 1965 ；轉引自許天威， 1986 ， p. 31)

至於 Gearheart 把有關的特徵分為兩大類：(1) 共同特徵：學業障礙者的智力及感官敏銳程度 (sensory acuity) 必須是正常的；其學業成就必須是低於自己的智商、年齡和教育機會所提供的水準，即所謂「顯著的教育差距」(significant educational discrepancy)。(2) 可能產生的特徵：可能出現活動過多或過少、缺乏動機、注意力過度或缺乏、知覺或記憶力異常、協調作用缺乏、固執等 (許天威， 1986 ， pp. 31-32)。

除了上列一些生理、心理因素可能在學習過程中導致學習困難，學習成果強差人意外，我們還應注意教學方面的因素，諸如教材太深、教法不當等，致使未能配合兒童的心智發展，都是構成學習者有學習困難的可能外在因素 (毛連塭， 1991 ， p. 3)。就教學及教材設計而言，這點是特別值得加以留意的。

計算能力失常

以下我們集中討論在數學學習範圍內所出現的學習困難。所謂計算能力失常，可稱為運算能力障礙或失算症 (dyscalculia)，研究顯示這方面的學習困難往往與語言能力失常同時出現 (Chinn & Ashcroft, 1993; Geary, 1994)。不過這超越了我們在此的探討範圍，暫且從略。

作為一個學習的學科，數學有三方面的特徵尤其容易構成學習上的問題或困難。第一，數學知識有很強的順序性，學習內容大都需要建基於先前不同部分的已有知識；第二，除了順序的關係外，不同部分的概念或運算技巧彼此相連，結構組織性很高；第三，是數學自身回溯 (reflexive) 的結構性，即由已有的部份組成的全體往往會帶來對原來部分的重新理解，這點在學習時的思考提升會有最明顯的反映。數系的逐步認識就是一個簡單的例子，由自然數開始，每擴充一次的數系都會將先前的數系以某種新的方式和意義吸納進去。因此，Bruner (1960) 提出的螺旋式課程 (spiral curriculum) 教法，其實與數學知識結構相當吻合。學生可以透過從不斷提升的學習層次，深化對各個數學概念的認識。

學習困難的形成，除了因為數學知識的基本結構特徵外，數學的具體內容也包含著一些與學習困難有關的因素。為了要擬定適當的教學輔助設計，以協助有學習障礙的學生，必須先理清在數學的範疇中，有何學習困難及其形成的原因，才能對症下藥地作出輔助。

眾所周知，在數學的學習中，往往牽涉到要使用數學中的象徵符號，或涉及數量與空間關係的掌握及運用，故數學學習的發展可分為

三個層面：數學之內在語言 (inner language)、收訊能力 (receptive ability)、發訊能力 (expressive ability) (許天威， 1986 ， p. 278)。而在以上各個層面中，可能出現的具體異常特徵如下[1]：

(1) 直接涉及數字概念與符號之運用上的能力失常；
(2) 知覺 — 空間組織能力 (visual-spatial organisation) 的缺陷；
(3) 產生身體形象的困擾，如不能識別自己的手指爲何物；
(4) 常有方向感的異常，分不清前後左右，對於地圖一類表示方式閱讀上有困難。

以下列舉的是一些較具體的行爲表現[2]：

(1) 難建立數值的觀念；
(2) 難瞭解數數的眞義，如只限機械式的唸出數字，而不知其眞義；
(3) 難聯合聽覺的數字概念與視覺的數字符號，如能聽清楚數字的名稱或發音，但難以認出其阿拉伯數字；
(4) 難把基數 (cardinal number) 與序數 (ordinal number) 的意義分辨；
(5) 難用掃視的方式數出物件的數量，而要逐個數才可得出其數；
(6) 難認清數量的守恆原理 (conservation of quantity) 或可逆性 (reversibility)，如不能理解兩個五元就是一個十元；
(7) 難認識加減乘除這四個符號及其運算的意義；
(8) 難理解或記憶運算時的一些法則，如四則運算時須先乘除，後加減；
(9) 難理解測量長度、容量等原理及方法；
(10) 難識別地圖或其他圖形的指示符號。

其他可能出現學習困難的表現，還包括在直式運算時辨別上下左右等方向的過程有所缺失、對序列或次序有特別困難 (例如將 64 寫成 46 、運算程序不能依次序熟記)、短期記憶及長期記憶的能力均有缺陷，以致增加了處理運算時的難度、數學名詞及符號的特有意義有異於日常用語、個別數學符號有不同意義 (例如 2+3 和 +3 中的「+」有不同的意義)、師生之間認知類型 (cognitive style) 是否相適應，與及數學焦慮感 (mathematics anxiety) 的影響等 (Chinn & Ashcroft, 1993, pp. 5 - 7)。

瞭解了以上有關數學學習障礙的一些特徵後，面對個別個案時，我們便須認清導致這些情況出現的原因。這大致可從兩方面去分析：學習者本身的學習過程或能力導致學習困難的形成；數學學習的一些特質和特有的過程。前者是指一些出自學習者本身的能力缺陷，如寫

或讀錯數字，例如把「 3 」寫成「 ε 」；不識手指之缺陷症 (finger agnosia)；左右方向感失常症 (right-left disorientation) 等能力上之缺陷 (毛連塭， 1991 ；許天威， 1986)。而後者關於數學學習的一些特質和過程上，前文已有討論，在此我們試看一下 Piaget (1973) 所提的一些要點：

> 「疏忽了活動的角色而只停留於語言層面 [的教學]，尤其是數學教育，將會是一個嚴重錯誤。特別對於年幼的學生，利用物件作活動對於掌握算術及幾何關係 (正如 [古] 埃及人的實驗式數學亦一樣)，是不可或缺的。」 (p. 80)

在解釋數學經驗的建立過程上， Piaget (1973) 進一步指出這些活動經驗的積累、內化，通過與數理邏輯經驗協調而產生一種有別於一般從物體性質抽象化的概念形成過程，乃是一種「反照式」的抽象化過程 (reflective abstraction)[3]，由此才可以使活動經驗在較高層次的心智活動中得到重組，對應於我們所謂數理邏輯的抽象形式層面。我們也必須緊記，孩子有能力做的與及在活動中的理解，遠比他們能用語言表達的為多。 Piaget 在另一篇文章曾這樣開宗明義地提醒關注兒童學習數學的人：

> 「如認為孩子對數字的觀念或其他數學的概念的習得是純粹透過教授而得來的，這便大錯特錯。相反地，這在很大程度上是靠兒童本身的自我發展、獨立而自發的學習而得來的。即使成人企圖在他們心智尚未有足夠的成熟度時，以灌輸的形式教授數學的知識，兒童學到的也只是用語上的模仿，然而真正的學習、理解卻必須來自兒童本身的智力成長。」(Piaget, 1953, p. 74)。

此外，他所強調的孩子在心智上不同的發展階段及成熟度，如理解守恆(conservation)、可逆性 (reversibility) 等發展特徵，與學習成效的關係，早已是數學教師們耳熟能詳的理論。

引述上述的見解，非只因 Piaget 是這方面的知名學者，而是這些觀點確實可以帶給從事數學教育的工作者很大的啓發，因為從中令人明白到若忽視了學習者心智發展的自然歷程或個別的差異，又或成人對之沒有充足的瞭解，只會出現如鸚鵡學話的學習模式，而更嚴重的，是會窒礙或擾亂學習者本身的學習步伐及模式，導致學習困難的產生。

教具運用之一點再思

面對初小階段的學生，由於他們仍處於 Piaget 所劃分之具體運思期 (concrete operation stage)，基本上能以具體的經驗及通過具體事物所獲得的心理表象，進行合乎邏輯的思考。因此，很多人都會直覺地認為這一階段的數學學習均需利用可操弄之教具 (manipulatives) 作輔助，以便兒童能通過實物提供的具體經驗，建立有關的數學概念。這類教具很普遍，例如數粒、十進位積木、算柱或其他遊戲用的材料等，相信很多數學教師對於這些教具及有關的使用方法都很熟悉。

但在此欲提出的問題，卻是兒童的具體經驗與建立數學概念之間究竟有著甚麼關係呢？一些學者提醒我們 (例如 Baroody, 1989; Clements & McMillen, 1996)，從 Piaget 的理論中，並不能直接引申出兒童必須操弄*具體*物件，及通過反思這些*具體*活動 (感知活動) 來建構數學概念，值得我們注意的反而是這些被操弄的東西，是否一些孩童所熟悉的；所帶來的經驗是否一些對孩童有意義，並且能令他們主動地加以思考的內容。此外，縱使某些內容或許已非物理感知意義下的具體經驗，但若是一些他們經已熟悉的概念活動[4]，皆有機會成為孩童學習活動中思考、經歷的對象。一定程度上，任何能夠成為認知主體的反思對象，必先以某種心理表象方式出現，才能成為其經驗世界的內容。

事實上，具體與抽象的劃分，並非直覺以為那般簡單。在這問題上， Quine (1960) 的哲學討論其實甚有意思：我們眼中世界不同物件的歸類、劃分，與主體的*相關*的經驗世界密不可分；換言之，世界中的不同事物，存在著很多分門別類的可能性，端視那些性質、分類對認知主體有何種意義。由此， Wilensky (1991) 明確地指出所謂「具體並非某個客體 [本有] 的性質，而是*人與這個客體之間關係的一個性質*」(p. 198 ，原文斜體)，也就是說認知主體怎樣理解有關的事物，他們之間存在著甚麼互動的關係或可能性，在個別的情境下才能決定事物的具體性有多強。即如對一個熟知 100 以內各數的因式分解的數學教師來說，每個合成數的不同組成方式都可能有相應的長方形模型表象，因數的概念可以變得很具體，但對初學的孩子們，因數的概念就很抽象了。

而以訊息處理模式 (information-processing model) 進行的研究，就運用教具的問題提出了一個值得注意的結果，就是只有當兒童熟悉有關的具體教具，才能明確地看到這些具體物件與所要傳遞之教學概念間之對應關係，這個教具的運用才算得上成功 (Boulton-Lewis, 1991;

Halford & Boulton-Lewis, 1992)。因爲兒童在操弄這些教具時，要掌握有關的物體與概念間之對應，會增加訊息處理的負荷；若非屬於熟悉經驗範圍的事物，就會妨礙了所欲達到之最佳學習效果。

綜合來說，當教師要爲學習有困難的兒童設計輔助教學的教具和遊戲時，必須以*學童爲中心*出發，而非純粹從物體的性質，考慮有關之教具或遊戲方式是否具體，重要的是要估計孩童對該事物的熟悉程度，以及其中蘊含的數學關係、概念、意義等能否爲兒童輕易察覺得到，來衡量作爲教具的適切性。

個案探討

以下我們試以一個眞實個案，探討如何按照以上的理論基礎，進行教學輔助的設計工作，既說明理論原則的應用意義，同時亦能加深我們對有關論點之認識。

1. 背景資料

是次個案的對象乃就讀於小學一年級的小祥 (假名)，年齡六歲半。單從他的學業成績分數來看，普遍的成績也不俗，一般都有八十分以上，唯獨是數學科的成績卻偏低，每次測驗的平均分都不超過三十分。此外，從筆者與他的交談中，發現他的口語表達能力頗佳，如述說他的家庭狀況、過往的成績等都甚爲清晰和有條理。可以相信，小祥並不屬於語言學習困難的一類，因此這個案也不太複雜。

筆者開始留意他的原因，是在實習期間教授「兩位數加法 (進位)」此課題時，發現他經常出錯，但錯處卻非一般一年級學生所常犯的錯誤，如列式時對錯位、進位時忘記了在十位加回進了位的「 1 」等，而是在個位的運算上已出錯。爲了瞭解他的確實問題所在，筆者便於小息時請小祥當面計算一些算式。其一的發現是他往往只是望著算式在「想」怎計，當他怎樣也計不到答案時，筆者便問他除了心算的方法外，可還有甚麼方法可幫助他計算時，他回答說：「數手指」，但又隨即表示母親不准他用數手指這蠢方法，老師也說這是幼稚園生才用的方法。後來在筆者幾經鼓勵下，他終於肯用數手指的方法。這時便發現了第二個問題所在，原來他在數手指的過程中，也有困難和經常出錯，待筆者引導他慢慢地一隻一隻手指伸出，並同時唸出該數時，他才能較準確地數出需相加的數，以及計出正確的答案。

2. 問題形成的原因

究竟我們應該如何輔助這在數學計算上有學習困難的孩子呢？這問題要得到解答，便必須先由問題的形成原因開始入手，以使隨後

的設計能針對有關的原因來設定。然而首先要清晰的，是何以我們會把這個案定爲學習困難的例子。這是因爲小祥的學習情況正好符合上文有關學習困難的定義，就是他的智力正常 (這可從他的其他學科表現及與人溝通的技能上得知)，但是在數學的計算上，卻有與智力不符的表現，即爲「顯著的教育差距」(詳見上文)。

至於小祥學習困難的形成原因，從與他接觸的過程中，筆者發現他對數字的讀和寫都沒有問題；在利用手指數數時，只要能對他加以安撫或提示，也沒有太大的問題出現。故明顯地他在機能上的運作皆沒有特殊問題或缺陷，於是我們便循著「計算能力失常」的形成原因的第二項 —— 數學學習的特質及特有過程——作出剖析。

明顯地，小祥在數數及運算上出現的困難，其原因乃在於他未能依據自己的學習模式來進行學習，最明確的例子是他不懂計算時，他知道數手指此方法能幫助他。但由於身邊的成年人不斷賦予此方法負面的形象，如認爲這是蠢或幼稚的方法，這觀念必定使小祥無法自如地運用這本來有助他學習的方法，甚至因爲壓力及包袱太大，而導致他在數數時也經常出現錯亂。

此外，因爲小祥的認知發展在 Piaget 的四個認知發展期 (感覺動作期， 0-2 歲；前運思期， 2-7 歲；具體運思期， 7-11 歲；形式運思期， 11 歲以上) 中，估計屬前運思期，他的思維方式大概仍未能成熟地以符合邏輯規律的方式，來處理事物間的關係和變化。這是由於這時期的孩子仍是有知覺集中的傾向，即只能憑知覺所及的事物或問題作出思考，而這又是基於對概念的守恆及可逆性的能力未牢固。前者使他們對同一概念的本質的理解不能剔除非本質上的改變，而繼續維持不變；後者即指對一個問題不能從正反兩面去看，如 9+6=15 即 15-9=6 。由此可知小祥的認知發展仍未可以完全抽離實物世界，憑空進行思考，如心算一類的形式並非小祥所能輕易把握的，勉強爲之，只會增加他在學習上的困難。

3. 教學輔導設計

我們在瞭解小祥的問題形成的背景及他的認知發展情況後，遂針對此定下有關的輔導基本原則：一爲從具體到抽象，以幫助小祥把數字、位值等抽象的數學觀念具體化，藉以使這些數學觀念能更形象地建立在他的心中，而非只是憑空地數數及計算，脫離了他的認知發展階段；二爲從較富趣味的活動中，引發小祥自我發現的學習能力，以幫助他能依據自己的學習步伐學習，並可透過輕鬆的活動方式幫助他

消除一些在數學學習過程中不必要的焦慮或負擔。

在設計的整體導向上，可以採用行爲主義的模式 (behavioural approach)，即如利用課業分析的方法 (task analysis)，編寫學習行爲目標的層序。不少學者都認爲這模式能有助進行學習困難輔導的人，更有目的、有條理地設計循序漸進的計劃達到有關的學習目標 (許天威， 1986)。此模式一般依據以下的程序進行教學目標的擬定 (許天威， 1986 ， pp. 53 - 54)：

「(1) 要用客觀的、具體的、可觀察的行爲來陳述 [教學目標]。
(2) 要按難易程度安排適當順序。
(3) 要在學習者能反應的範圍內。
(4) 要劃分成可駕馭的單位，使學生易於做正確的反應。」

而在此模式的設計中，對內容作出課業分析是當中的基本步驟之一，也是重要的一環，因爲這能幫助設計者更清晰和仔細地掌握學習目標的各有關重點，有效地替自己的輔導及學習者的學習，定下細分和循序漸進的目標。而這又正好是在數學這甚講究內容的相關層次和系統性的教學中，甚被廣泛應用的方法，茲以此簡略分析兩個個位數加法 (可進位) 之學習如下：

兩個個位數加法(可進位)

↑

加法的概念

↑

位値的概念
(個位及十位)

↑

1-99 內的數的認識及掌握

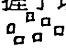
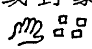
↑

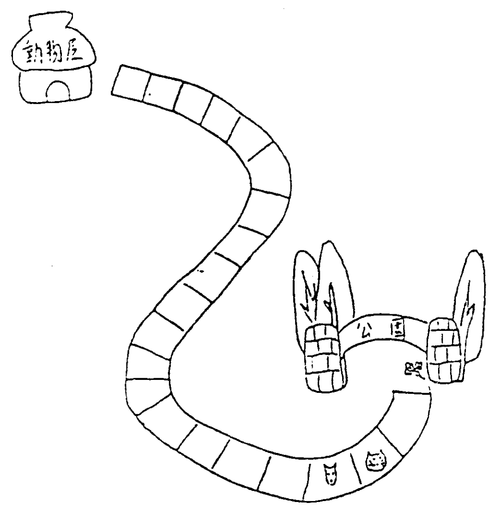
數數的技能

↑

對數字概念的掌握

鑑於小祥的情況較特殊，為照顧他的能力差異，故我們在設定短期內最終的教學目標時，沒有要求他一定要做到跟學校的進度一樣，能計算兩位數加法 (進位) 的數。所以在是次計劃中，只是希望他能先掌握及應用兩個個位數加法 (可進位) 的方法，而其他的次級學習目標亦依照以上的課業分析，作循序漸進的設定，茲略分述如下[5]：

欲達成的目標	程序
1. 對數字概念的掌握	作為溫習。利用適當數量的積木或任何可見的、可觸的物件，再重新介紹 1-10 以內的數的概念。
2. 鞏固數數的技巧	待學生對有關數字的概念有了掌握後，可依次序進行以下程序： 1. 同樣利用一些可見可觸的實物，如積木，鼓勵學生用自己的方法，如掂點著來數、出聲數等，數出其數量。 1.1 先要求他數出用正規的排列方法的實物數量，如  或  。 1.2 在他掌握了以後，則用不規則的方式擺放，如  。這樣能有助他建立守恆的觀念，對其數數及進一步的概念學習都有幫助。 2. 「數數手指幾多隻」遊戲： 為增加趣味性，可再用此方法進行。利用教師或對象的手  ，再放上積木，如  ，鼓勵學生數出其總數。這除了能再一次加深其數數的觀念及技巧外，亦可藉此幫助對象在其數數的系統中建立「手」這一數數單位和工具，這對他隨後的學習是重要和有幫助的。 3. 同樣利用以上的方法，但這裏可數多過十的數。
3. 引入數字的符號	待學生初步穩固地掌握了數數的理念和方法後，便利用數字牌引入數字的符號： 1. 著學生從數字卡 (包括 1 至 10) 中抽出一張，請學生讀出數字，亦著學生以手指表示這個數目，再從一堆積木中數出這個數量的積木。 2. 用兩疊數字卡，第一疊由 1 至 9，第二疊由 0

	至 9 。著學生從第一疊卡抽出一張，例如：[3]，放在檯上已畫有 [	] 的左面，再由第二疊抽出一張，例如：[8]，放在第一張的右面，便成 [3	8]；然後請學生讀出卡上的數字是多少。若這個數字少於 30，可再著學生從積木堆中數出這個數目的積木。
4. 建立位值的概念	先散放積木 著學生數出其數量，然後請他每十個一排排好，如： ，並用數字符號表示其數量，從而引導學生找出十位與個位的關係和意義。
5. 把兩個個位的數相加	1. 利用擲骰仔帶小動物回家的遊戲[6]，先用一粒骰仔來玩，待熟習後再用兩粒，因而把兩數相加的原理滲入當中，從而讓學生能初步熟習並掌握兩數相加的概念。而在骰仔的運用上，可先用對象慣常玩的骰仔樣式：，然後再用寫上數字的骰仔，以助他把遊戲與數字符號連繫起來，建立有關的抽象概念。 棋盤見下圖：  2. 同樣為了以上的目的，可再以另一種方式進行。 利用猜拳的方式，可由對象學生與另一學生

	對玩，或由教師與對象學生玩。方法是每人拿出左手猜拳，規定每人每次必須出示 1 至 5 隻手指，然後輪流把猜拳時所出示的手指數目相加，可讓參與者用右手數數，直至掌握運用加法的原理。 (註：這兩個遊戲的過程均不涉及加號的運用，初期只是具體地問對象：這裏合共有多少，後期才口頭帶出「加」這名稱。)
6. 認識「+」及「=」這兩個符號	沿用以上的遊戲方法，但今次卻以數字牌作顯示，並輔以「+」這符號，如對象抽到 5 和 4 ，教師就以數字牌再顯示： $\boxed{5}$ $\boxed{4}$ ，中間再放入 $\boxed{+}$ 這符號。當學生算出答案後，可以用 $\boxed{=}$ 來表示結果。並從另一疊由 2 至 18 的數字卡中選出答案，放在這個算式上來完成。 過程中可以實物輔助數數，及重提剛才玩遊戲方式和情況作爲輔助。
7. 利用算式計算 $a+b=?$ $(1 \le a ， b \le 9)$	當學生對以上的程序均能掌握後，便可嘗試給一些較淺的算式題目給學生做。(如有需要，仍可採用實物如積木、算珠等作輔助)

以上的輔導設計，可以對象個人或邀請一些與對象的程度沒有太大距離的學生一起參加，以小組的形式進行，這樣既可減輕對象接受輔導的困窘，又可同時幫助其他對有關概念未完全牢固地掌握的學生。而整個計劃的進行，均以學習者的進度爲依歸，絕不可操之過急。此外，在進行時也應給予多些鼓勵，使對象能更有信心和愉快地學習。

結語

由於是次的教學設計只是基於對個案的初步探討而設定，未有應用於實際的情境中，故其有效性未能被完全肯定，更談不上評鑑其學習果效。然而，有一點可以肯定的，是當要爲個別學生的學習困難提供輔助時，必須要對以上有關的理論和研究結果有一定的理解，然後再弄清個別學習者的學習階段及模式、差異所在、有關困難的形成背景、原因等，才能作出適當的針對性輔助，而這亦正是是次的教學輔導設計所依循的原則。要爲兒童 —— 特別是有學習困難的兒童 —

一 提供適當而有效的教學，必須從認清個別差異、正視及尊重個別差異開始，有了此基本而必須的意識後，再盡力地因應個別的差異來施教。而是次的經驗正好給我們經歷了一次如此寶貴的教學設計過程，也希望從事有關工作的教育工作者亦如我們一樣，能在當中體會到一點有價值的信息，並共同爲每一個孩子播下智慧與愛的種子而繼續努力。

註釋

[1] 根據許天威 (1986 ， pp. 279 - 281) 所列的各項綜合整理而成。

[2] 同註 [1]。

[3] 有關這個「反照式」的抽象化過程，詳見 von Glasersfeld (1991) 的討論。其中作者指出由於 Piaget 原文法文的三重不同意義，在英譯時未被準確表達，引起誤解。 von Glasersfeld (1991) 仔細地區分了這三種不同的「反照式」的抽象化過程。

[4] 例如初小兒童均已對一般物體形狀在運動中不會改變這事實有所掌握，他們有能力想像一個正方形或其他形狀在旋轉到任何位置上均保持著這個形狀，這亦算得上對熟知的經驗進一步在概念層面的操控。

[5] 由於篇幅關係,以下各項與設計有關的理論原理從略。但相信對應前文之討論，應不難理解。

[6] 意念取自 Hughes (1986)， pp. 135 - 136 。

參考書目

王克先 (1987)。《學習心理學》。台北市：桂冠圖書公司。

毛連塭 (1991)。《學習障礙兒童的成長與教育》。台北市：心理出版社。

許天威 (1986)。《學習障礙者之教育》。台北市：五南圖書出版公司。

Baroody, A.J. (1989). Manipulatives don't come with guarantees. *Arithmetic Teacher, 37*(2), 4-5.

Boulton-Lewis, G.M. (1991). The values and limitations of using concrete representations to teach mathematics to young children. In *Proceedings of ICMI-China Regional Conference on Mathematical Education*, Volume 1 (pp. 3.82-3.86), Beijing/China, August 5-8.

Bruner, J.S. (1960). *The process of education.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Chinn, S.J., & Ashcroft, J.R. (1993). *Mathematics for dyslexics: A* *teaching handbook*. London: Whurr Publishers Ltd.

Clements, D.H., & McMillen, S. (1996). Rethinking "concrete" manipulatives. *Teaching Children Mathematics, 2*, 270-279.

Geary, D.C. (1994). *Children's mathematical development: Research and practical applications*. Washington, DC: American Psychological Association.

Halford, G.S., & Boulton-Lewis, G.M. (1992). Value and limitations of analogues in teaching mathematics. In A. Demetriou, M. Shayer, & A. Efklides (Eds.), *Neo-Piagetian theories of cognitive development: Implications and applications for education* (pp. 183-209). London: Routledge.

Hughes, M. (1986). *Children and number: Difficulties in learning mathematics*. Oxford: Basil Blackwell.

Piaget, J. (1953). How children form mathematical concepts. *Scientific American, 189*(5), 74-79.

Piaget, J. (1973). Comments on mathematical education. In A.G. Howson (Ed.), *Developments in mathematical education: Proceedings of the Second International Congress on Mathematical Education* (pp. 79-87). Cambridge: Cambridge University Press.

Quine, W.V.O. (1960). *Word and object*. Cambridge, MA: The MIT Press.

von Glasersfeld, E. (1991). Abstraction, re-presentation, and reflection: An interpretation of experience and Piaget's approach. In L.P. Steffe (Ed.), *Epistemological foundations of mathematical experience* (pp. 45-67). New York: Springer-Verlag.

Wilensky, U. (1991). Abstract meditations on the concrete and concrete implications for mathematics education. In I. Harel, & S. Papert (Eds.), *Constructionism* (pp. 193-203). Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation.