

再論數學科全港性系統評估

馮振業

香港教育學院數學與資訊科技學系

引言

自 2004 年推行全港性系統評估以來，學校的教學工作就多了一根指揮棒。作為香港的一項大規模評估，它佔用了不少香港教育的人力資源，影響著社會下一代的學習品質，公眾要求它具備極高的專業水平可算合乎情理。就數學科而言，應符合以下幾項原則：（一）準確：不論擬題、評改和報告撰寫，都必須做到數理準確；（二）定位清晰：考評符合課程要求，考核範圍和方式應讓教育界清楚了解，而且不可隨意改動；（三）低干擾：循正常學習過程學會數學的人，不用花額外功夫準備應考，也可得到與學習成效相符的成績。本文嘗試就此三項原則，檢視數學科全港性系統評估（以下簡稱「數學評估」）的表現，及展望往後的道路該如何走下去。

蛻變中的評估

曾小心檢視數學評估的考評取態的人都知道，九年來的變化並不算少。單看馮（2011）提及的例子，至少也有以下幾項：（1）關於算柱的考題，一直存在至 2010 年（2010-3MC1-3），超越課程要求，其後再沒出現；（2）製作數據量較大的棒形圖時必須湊整，一直是一項超出課程的考核要求（2009-6MC1-44），自 2010 年起即消失了；（3）畫鐘面的考題，由 2004 年起要求時針在一大格之內（2004-3MC3-23 評卷參考），2007 年改為要求時針在半大格之內（2007-3MC2-18 評卷參考），2008 年又改回要求時針在一大格之內（2008-3MC2-20 評卷參考）。及至 2010 年開始，就不再考畫鐘面了；（4）在 2011 年前的中三考卷之中，總有把有關全等和相似的證明過程，簡化為一行選項，放進同一選擇題（2010-9MC3-15）或圈答案題（2007-9MC2-35）。2011 年改用完整證明過程的選擇題（2011-9MC2-18），其後於 2012 年，更是兩種考題形式（2012-9MC1-14；2012-9MC2-17）並存，不過一行選項的選擇題，就不再夾雜全等和相似的選項

(2012-9MC1-14)，減低（而非消除）了邏輯上的爭議。（5）有關重量和容量的考題，一直存在超越直接比較和自訂單位的課程要求（2008-3MC4-23；2011-3MC1-28），只是在2012年暫時失蹤；（6）自中三考卷於2007年出現了切割平面未清楚定義的截面考題（2007-9MC3-32）之後，連續兩年再沒有關於截面的考題出現。到2010年同類考題重現，其中切割平面都已有清楚定義（2010-9MC1-33）。（7）在釘板上給定一邊，要求圍出指定三角形的考題，一直存在於2011年前的小三考卷（2010-3MC3-31）。自2011年開始，即改問釘板上顯示的三角形的名稱（2011-3MC4-32），避過了輕微邊長偏差可能帶來的爭議。（8）要求由立體圖形的面數推測立體圖形的考題（2007-6MC2-33），在2007年出現之後，就銷聲匿跡，代之而起的是指定立體圖形，要求寫下其稜、頂、面數（2008-6MC3-37；2012-6MC2-30）。（9）為數列續項或寫通項的問題，一直存在於中三的考卷，有時只給數列其中幾項（2007-9MC2-23；2010-9MC2-25），有時以圖指示規律（2008-9MC1-26；2009-9MC1-25；2012-9MC1-25），有時又清楚指明是何數列（2009-9MC3-24；2011-9MC4-26）。三種考核本質不同：第一種存在邏輯漏洞，屬應該避免的考題；第二種比第一種好，至少提供了幾何規律作為辯證基礎；而第三種其實不要求觀察規律，是考核對指定數列的定義或通項公式的認識。自2011年開始，第一種考題就沒再出現了。

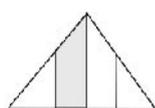
上述例子並非改變的全部，卻已足夠說明，數學評估一直在變。雖然大致上往好的一方走，教師可為不合理的考題終告消失而高興，但也不得不防新的難纏考題又將誕生，或是遠去的惡題有可能捲土重來。這種常變的考評取態和要求，明顯與原則（二）相悖，做成教師的精力都給扯向緊貼評考擬題和取向的變化，而非放在正常教學之上。有人也許會說，既然改好了，就不必再回頭看做得不好的過去。在寬懷之前，也得看看不變的部分，是否都令人滿意。

擇善固執？

數學評估一直要求三年級學生，回答以圖形對應分數的問題。以2012年為例，就有3MC1-16（圖1）、3MC2-15（圖2）、3MC3-16（圖3）、3MC4-16（圖4）和3MC4-17（圖5）五題。先看3MC3-16（圖3），當中的圖形由完全相同的正方形組成，問陰影部分佔全圖的幾分之幾，即是問2個正方形佔7個正方形的幾分之幾，也就等同問2是7的幾分之幾。只要由完全

相同的部分組成，不管是正方形還是外星怪獸，學生只要懂得分數的意義，即可答對。其餘四題的共通點，就是含有由非完全相同的圖形組成的圖形。要答對3MC2-15（圖2）和3MC4-17（圖5），就得把未分割的正方形，按已分割的正方形進一步分割，從而得到一個由完全相同的部分組成的圖形。做到這一步，餘下的就不困難了。由於題目已顯示了最終要分割得出的相同的組成部分（在3MC2-15（圖2）是打了陰影的長方形；在3MC4-17（圖5）是打了陰影的等腰直角三角形），掌握分數概念的三年級學生，縱使仍未學習四年級的圖形拼砌與分割（香港課程發展議會，2000），還是有機會可以成功答題的。

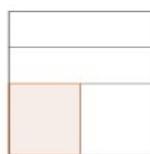
16. 下列哪個圖的陰影部分佔全圖的 $\frac{1}{4}$ ？



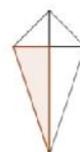
A.



B.



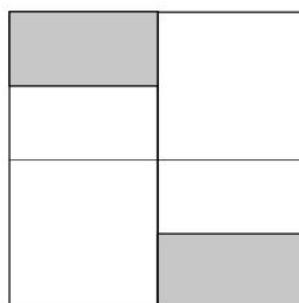
C.



D.

圖 1

15. 下圖陰影部分佔全圖的幾分之幾？



答案：陰影部分佔全圖的

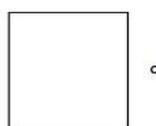
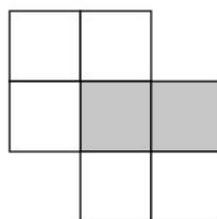


圖 2

16. 下圖陰影部分佔全圖的幾分之幾？



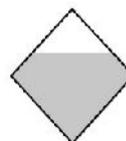
答案：陰影部分佔全圖的 。

圖 3

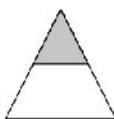
16. 下列哪個圖的陰影部分大於全圖的 $\frac{1}{2}$ ？



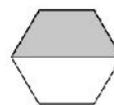
A.



B.



C.



D.

圖 4

17. 下圖由大小相同的方格組成，部分已塗上陰影。用鉛筆在餘下的部分塗上陰影，使所有陰影部分佔全圖的 $\frac{5}{12}$ 。



圖 5

雖然3MC1-16 (圖 1) 和 3MC4-16 (圖 4) 都含有由非完全相同的圖形組成的圖形，難度卻不盡相同。要答對3MC4-16 (圖 4)，學生只需注意

D 選項是由2個完全相同的圖形組成，陰影部分顯然佔全圖的 $\frac{1}{2}$ ，完全不必理會其他由非完全相同的圖形組成的圖形，反正正確答案已然在手。反觀 3MC1-16 (圖 1)，沒有任何一個選項是由完全相同的圖形組成。若單憑三年級課程要求的分數認識，恐怕無力作答。要辨別各選項對應的分數（姑且假設這種對應實際存在），就必須能夠把它們進一步分割成完全相同的圖形。如果能夠辦到，就可看清選項對應的分數，是不是與题目的要求相同，否則就不能下任何結論。換言之，遇上未能成功地分割成完全相同的圖形的情況，邏輯上是不能斷定它並非正確選項。例如，未能把圖6A的圖形分割成完全相同的圖形（圖 6B）的學生，是不能因為它是由4個不完全相同的圖形組成，而確定陰影部分並不佔全圖的 $\frac{1}{4}$ 。因此，面對3MC1-16 (圖 1) 的三年級學生，憑他們對分數的認識去解題之前，先要通過圖形分割這個本屬四年級課程（香港課程發展議會，2000）的考驗。有些人也許以為，單從陰影部分的大小，已可找到成功解題的門徑。選項A和D的陰影部分，均與選項中4部分的另一份完全相同，其餘部分都遠比它小，故可確定兩選項的陰影部分，佔全圖多於 $\frac{1}{4}$ 。同理，選項B的陰影部分，均與選項中4部分的另一份完全相同，其餘部分都比它大，故可確定陰影部分，佔全圖少於 $\frac{1}{4}$ 。以排除法，即可得到正確的答案。不過，以此想法入手，即等同運用面積這個本屬四年級課程（香港課程發展議會，2000）的概念，把「哪個圖的陰影部分佔全圖的 $\frac{1}{4}$ 」，化作「哪個圖的陰影部分的面積佔全圖的 $\frac{1}{4}$ 」考慮。分數考題題意不清，確可帶來混淆（黃，2011），奈何要對三年級學生解說清楚，也不見得時常可以輕易辦到。

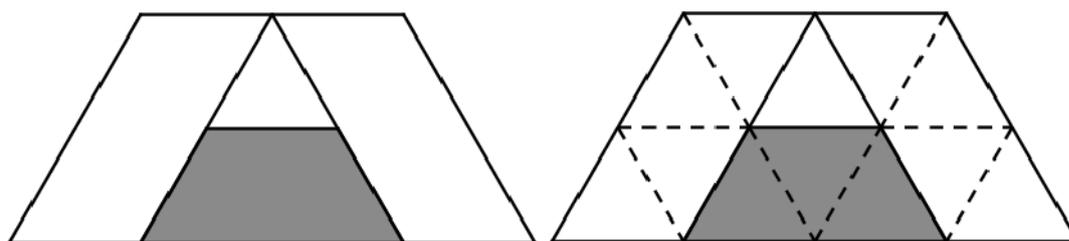


圖 6A

圖 6B

未學面積的三年級學生，如果要藉把圖形分割成完全相同的組成部分，繞過面積概念解答3MC1-16 (圖 1)，恐怕要作出不少題目沒有指明的

邊長假設。如有神助的，或許會不考慮其他，只集中探討選項 C。雖然欠缺像 3MC2-15 (圖 2) 和 3MC4-17 (圖 5)，提示了最終要分割得出的相同的組成部分，運氣較佳的，可能得到圖 7 的分割。由此而得的對應分數就是 $\frac{2}{8}$ ，而非題目要求的 $\frac{1}{4}$ 。要確定 C 為正確選項，若不能從圖 7「看出」 $\frac{1}{4}$ ，就只有運用四年級才教授的約分方法 (香港課程發展議會，2000)。無論是圖形分割、面積或是約分，均是四年級的課程內容。考題 3MC1-16 (圖 1) 把四年級的課程內容，放進三年級的考卷，明顯是刁難學生。難怪評估報告 (圖 8) 指出，有三分之一的學生選了錯誤的選項 B。不過，把出錯的原因解讀成「對分數的等分概念認識不足」，未免過於草率。依上述分析，既然評估報告 (圖 9) 指出 3MC2-15 (圖 2)、3MC3-16 (圖 3) 和 3MC4-17 (圖 5) 的答題表現理想，認定「大多數生能掌握分數作為整體的部分」，合理的推論應是「學生對分數的等分概念認識充足」，答錯 3MC1-16 (圖 1) 的學生，極有可能只是被還未學習的四年級課程內容難到。當然，評估報告不可能提出這樣的分析，否則就等於承認擬題超越課程要求！

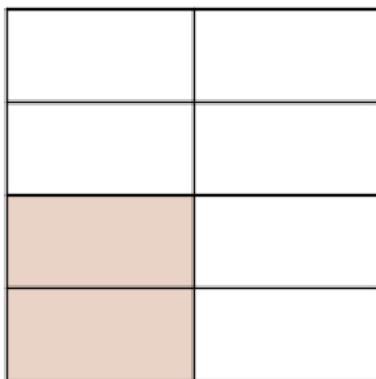


圖 7

- 不少學生對分數的等分概念認識不足 (約三分之一小三學生在 Q16/M1 中選擇了 B 項)。

圖 8

- 大多數學生能掌握分數作為整體的部分 (例如 Q17/M1 ; Q15/M2 ; Q16/M3 ; Q17/M4)。

圖 9

由以上討論可知，數學評估並未緊跟課程要求；評估報告也未能做到數理準確，分析中肯；學會了的學生，也不一定可以通過考核。由此可見，數學評估在該三項原則之上，至今仍未有令人滿意的表現。

評估揭示學習問題，抑或製造學習問題？

進行大規模評估的理據，離不開提供反映學習成效的數據或資源分配（例如派位）。過去的香港學科測驗，就曾經是提供反映學習成效的數據的評估，與現時全港性系統評估不同的地方，在於前者一經完成，就再沒有人把它掛在嘴邊，不像今天的全港性系統評估，不論是教育局官員、校長、教師、學生和家長，都警覺它的存在，並時刻與它周旋。

喜歡推銷評估的人，總愛強調評估數據有助揭示學習問題。可是，誰真的需要這些數據？如果對教師隊伍的專業水平有所懷疑，就不能保證數據到了教師手中，會有效地轉化成改進教學的行為。既然不能保證數據有建設性的功能，大可不必花費龐大資源蒐集。如果對教師隊伍的專業水平有信心，就很難想像每天面對學生的教師，需要借助外來數據了解自己的學生的學習問題。即使認為校外專家的擬題精闢獨到，只要把題目及評分標準發給學校，讓教師自行運用，也可達致幫助教師了解學生的學習問題的功能，何需要求學生多應付一個校外測考。把教師教不懂學生，看成是教師不清楚學生的學習成效，繼而硬銷校外評估，就好比向正欲減肥的人推銷體重計一樣，是罔顧欠缺的是解決問題的方案，而非不知問題出在哪裡的事實。對教師而言，需要的是掌握讓學生學得好的教學方案、令自己可以深入備課的時間，而不是揭示學生哪些內容學得不好的報告。何況全港性系統評估只代表課程的部分要求，自然不可能提供全面反映學習成效的數據。由此得出的評估報告，真不知有多少參考價值。

不管數學評估能否揭示教師不知道的學習問題，它卻肯定可以製造出原本沒有的學習問題。例如，課程指引對三年級的五位數學習，只有「認識萬位的位值」一句。基本能力試用稿（香港考試及評核局，2012a）把它及之前對四位之內的數的認識，詮釋成基本能力重點（KS1-N1-2）「讀、寫和排列不超過五位的數」。按本子理解，只要求學生懂讀、懂寫，及懂得把幾個數依大小排序，很難想像出現類似2012-3MC2-2（圖10）的考題。評估報告（圖11）承認了大部分學生其實都掌握基本能力重點KS1-N1-2，卻要硬銷「按特定準則組成整數」這項不在課程之內的要求，明顯在製造原

- 很多學生能在等距釘板紙上繪畫直角三角形（例如 Q31/M2），但在方格紙上繪畫平行四邊形方面，學生表現較弱（例如 Q28/M1）（請參閱下列學生表現示例）。

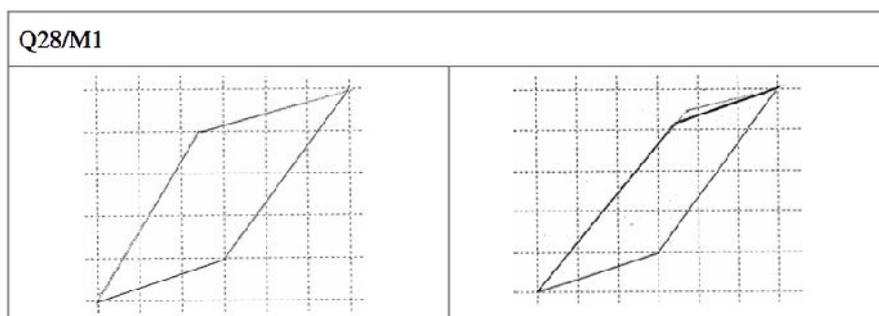


圖 13

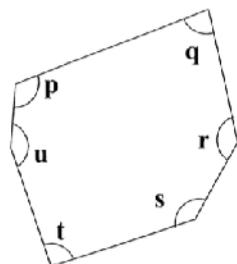
擬題者也許認為，數學基本能力應該包括解難能力，考卷對學生進行這方面的評估合情合理，也與現代數學教育的取向一致。然而，大家感到困擾的是，為何這些要求，都只能在看到考卷及評卷參考的時候得悉，而不能在課程指引或基本能力試用稿中，找到清楚的說明。到底是考評局私自把一些課程根本沒有的要求，硬加到學生身上，還是這些要求一直暗地裡存在於課程之中，只是教育局沒有讓考評局以外的人知道？數學評估製造一大堆可能原本不存在的學習問題，不單與原則（三）背道而馳，也為喜歡月旦學校教學表現的持份者大開方便之門，造成破壞性的滋擾。

欲考的卻不能考

「比較角的大小」（KS1-S4-2），屬第一學習階段的基本能力評估重點（香港考試及評核局，2012a）。既然沒有指明使用何種方法，依課程學習的學生，運用複製重疊或V尺（李、馮，2009）等實作技巧，進行角的大小比較，理應被視作掌握此一評估重點。以紙筆而非實作形式考核這項本領，無可避免面對困難：如果要比較的角的大小差異過於明顯，單以目測即可得出正確答案，無法迫使學生運用具科學性的步驟進行比較，也就無法肯定在一般情況下，學生是否真的懂得如何比較角的大小。數學評估就曾出現類似2008-3MC3-33的考題（圖14），要求學生比較差異微小的角的大小，目測難以奏效。如果不使用任何輔助工具，不進行實作檢測，將無法得出結論。問題是：數學評估會提供用來複製角的白紙、透明膠片或V尺嗎？如果考生要多次把複製了角的白紙或透明膠片，與考卷重疊高舉，進行透光檢測，會否有違應試的行為準則？可能考評局也洞悉這項矛

盾，自2009年開始，三年級的考卷，就不再要求比較差異微小的角，學生可較輕鬆地依賴目測。

33. 觀察下圖，下列哪些描述是正確的？寫出所有代表答案的英文字母。



- A. 角 q 是最小
- B. 角 p 和角 q 相等
- C. 角 s 是比直角大
- D. 角 r 和角 t 比直角小

答案：_____

圖 14

上述例子揭示了一項重要事實：以紙筆測考取代實作（或互動）測考，有時並不可行。比較差異微小的角的大小，不能以簡單的紙筆測考形式進行；退而要求比較差異明顯的角的大小，卻只能反映學生懂得「直觀地分辨角的大小」，而非原意的「比較角的大小」，形成欲考的卻不能考的困局。類似的情況也出現於「用指南針測方向」（KS1-S5-1）、「估計計算結果」（KS2-N5-6）和「根據給出的摺紙圖樣，製作立體模型」（KS3-MS4-5）等基本能力評估重點（香港考試及評核局，2012a；2012b）。

評估的存廢

數學評估製造了學校之間，比較學生學習成就的平台。可是，它考核的卻只是課程的部分內容。不考的部分固然招來忽視和冷待，導致學校的教學出現不正常傾斜，要考的部分又不知會否超越或偏離課程的要求。加上常變的考評取向，造成多教、提早教，甚至錯教等不良現象。學校、學生都活像被迫參加了這項不確知內涵的比賽，不論勝敗，結果都不能有效地轉化為對學校教學工作的整體評價，更遑論幫助學校和教師提高教學效能。

撇開那些人為的擬題和評改失誤不談，對處於學習初期的學生進行正規評估，存在無法徹底克服的先天困難：（1）學生有限的書面語運用能力，

令布題工作制肘多多。如果壓縮題目的文字解說，或會造成題意只可意會，引發爭議。例如2012-3MC2-30(圖15)並無明確指示，是否有需要把錐體和柱體進一步細分，但評卷參考卻要求以角錐和圓柱命名，只答「錐體、球體和柱體」的學生，或會感到委屈。如果要求學生用大片文字答題，又會被學生的語文運用能力拖著後腿。例如2012-3MC3-38(圖16)要求學生書寫正確標題，卻沒注意其文句的複雜性，可能超出部分三年級學生的能力範圍(圖17)。(2)好些初步認識不宜進行嚴格評估，否則勢必對正常學習造成打擊。例如2009-3MC1-30(圖18)要求三年級學生，在未學習梯形特性的情況下，判別一些非梯狀的梯形，令本來只應考核「直觀辨認各種平面圖形」(KS1-S2-1)的考題，變得不合理地嚴苛。同樣情況亦出現於書寫術語的填空題。學生錯寫「錐」、「體」、「菱」、「邊」、「梯」(圖19)、「南」(圖20)等字時有發生，卻很難容於正規測考，最後考數學被異化為考寫字。

30. 下面有三個立體圖形，在空格內寫上它們的名稱。

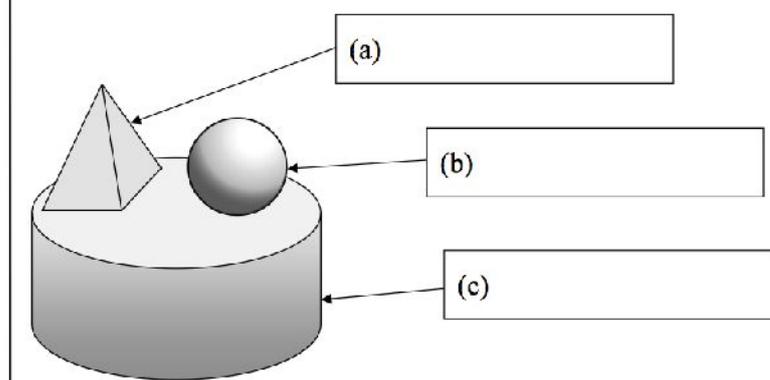


圖 15

38. 以下是小麗調查參與環保活動的屋苑數量。

(a) 根據調查紀錄，完成下表。

環保活動	無冷氣日	廢紙回收	舊衣捐贈	熄燈一小時
紀錄		++++	++++	++++
屋苑數量(個)	2			

(b) 根據統計結果，完成以下的象形圖，並加上標題。

(標題)

每個 ○ 代表 1 個屋苑

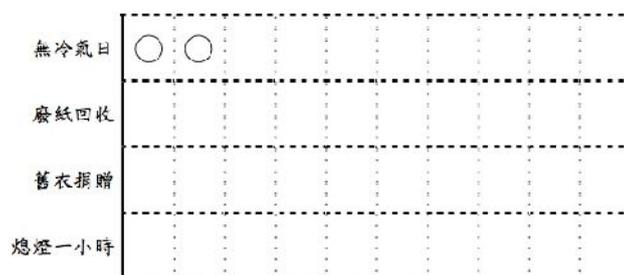


圖 16

- 大部分學生能按表列的數據製作象形圖，並在象形圖加上適當的標題(例如 Q36/M1; Q38/M2)。可惜有一些學生在標題中用了錯誤或含糊的關鍵詞(參閱下列學生答案)。

Q38/M3

小麗調查參與環保活動的數量

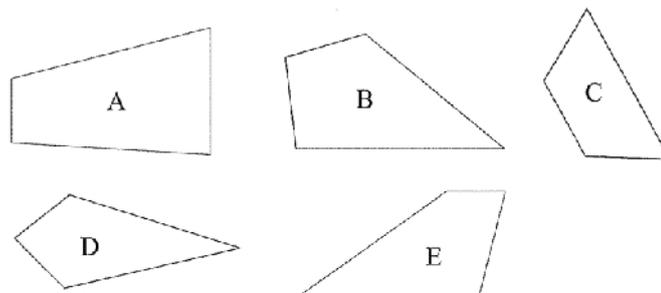
(標題)

調查與環保活動的屋苑數量

(標題)

圖 17

30. 根據指示，寫出所有代表答案的英文字母。



列出所有梯形：_____

圖 18

- 部分學生混淆了平行四邊形和菱形或錯寫了梯形的名稱（例如 Q32/M2）（參閱下列 Q32(b)/M2 的學生答案）。

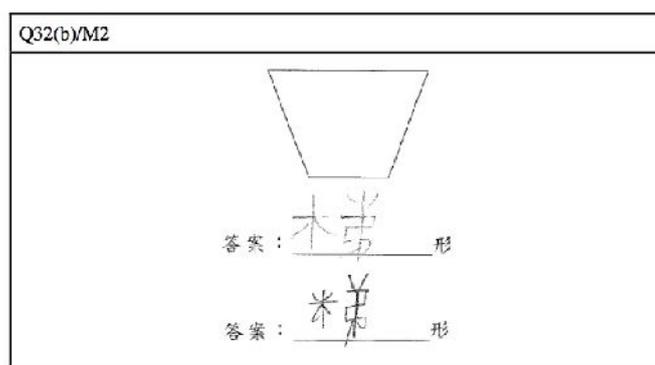


圖 19

- 極少數學生未能寫出正確的方向（參閱下列 Q36(a)/M3 的學生答案）。



圖 20

綜合以上的分析，在教師隊伍得到數學評估帶來的好處之前，已經要花上不少心力減輕或消弭它對正常學習造成的打擊。其中特別嚴重的，應是三年級的評估。由於學生已習得的知識不多，而且不少屬初步認識，加上相配的語文能力發展未能趕上，形成正規評估的擬題工作，容易掉入超出課程要求，刁難學生的陷阱。說得坦白些，初小的教師和學生，正在承受大量由數學評估引發的問題。這些問題很可能只源於評估的設立，而非

教學的缺失。至於第二、第三學習階段的評估，因學生的數學知識和語文能力，均比較完善，能應付正規的測考，擬題和評改制肘較少，對正常學習造成的傷害，也較容易控制在可接受的範圍之內。

如果社會沒有必須保留全港性系統評估的前設，現在就應仔細衡量它對教學帶來的好處和造成的損害，再決定它的存廢。單考慮數學評估，暫時見到它帶來的好處，容或存在，亦遠較它造成的損害少，著實看不出保留的必要。其中第一學習階段的評估，更為教學環境製造不少麻煩，理應立即廢除。

參考資料

李婉婷、馮振業（2009）。數學化教學的教具和學具應用。載黃家樂、李玉潔、潘維凱、鄧國俊（編）。《香港數學教育會議2009論文集》（頁93-104）。香港：香港數學教育學會。

香港考試及評核局（2004-12a）。《全港性系統評估數學科學生基本能力報告》。於2011年5月11日，下載自 <http://www.bca.hkeaa.edu.hk/web/TSA/zh/PriTsaReport.html>

香港考試及評核局（2004-12b）。《全港性系統評估數學科試卷及評卷參考》。於2013年5月11日，下載自 <http://www.bca.hkeaa.edu.hk/web/TSA/zh/PriPaperSchema.html> 及 <http://www.bca.hkeaa.edu.hk/web/TSA/zh/SecPaperSchema.html>

香港考試及評核局（2012a）。《數學課程第一、二學習階段終結的基本能力（試用稿）》。於2013年5月11日，下載自 http://www.bca.hkeaa.edu.hk/web/TSA/en/2012QuickGuidePri/QG_P_BC_M.pdf

香港考試及評核局（2012b）。《數學課程第三學習階段基本能力（試用稿）》。於2013年5月11日，下載自 http://www.bca.hkeaa.edu.hk/web/TSA/en/2012QuickGuideSec/QG_S_BC_M.pdf

香港課程發展議會（1999）。《數學課程綱要（中一至中五）》。香港：教育署。

香港課程發展議會（2000）。《數學課程指引（小一至小六）》。香港：教育署。

馮振業（2011）。令人沮喪的數學科全港性系統評估。《數學教育》32期，2-28。

黃宇詩（2011）。別讓教學沉溺在含糊中（小三分數）。《數學教育》32期，50-56。

作者電郵：cifung@ied.edu.hk