

資訊科技與《數學教育》

陳葉祥

香港教育學院數學與資訊科技學系

引言

香港正式推廣融入資訊科技於學校教育是始於教育統籌局於 1998 年發表的諮詢文件（教育統籌局，1998），至今已有 10 多年時間。根據近年教育局的報告（教育局，2008），香港的小學的電腦與學生比例是 6:1，而香港的中學的電腦與學生比例是 4:1，而且有超過 50% 的教師經常使用資訊科技於課堂的教學上。然而，到底資訊科技對數學的教與學是否產生真實的改變？其成效又如何呢？正值慶祝《數學教育》創刊 15 週年之際，本文嘗試回顧過往刊於《數學教育》關於資訊科技的文章¹，並希望藉此對這個課題的未來發展提出一點建議。

資訊科技教材及軟件分析

郭禮賢（1999）指出資訊科技在教育上扮演三種主要角色：取替角色、互補角色、加強角色；並且，他提出了一個兩維架構（「互動性」和「共同性」）作為資訊科技教材的分類方法。至於 Kong, Man & Leung (1998) 及江紹祥（1999）則以資訊科技的類別（計算機、獨立軟件、網上資源）、用途及數學應用範疇等，對當時常見的資訊科技輔助數學學習課件作分類。

有個別作者則分析個別軟件的特性，並對教與學的利弊。

黃（1996）介紹了一套名為「科學工作間」（Scientific Workplace）的數學符號文書軟件；Cheung（1996）搜集了當時與數學教育有關的互聯網網址；袁媛（2008）則介紹了一個名為「萬用揭示板」（Magic Board）的網上虛擬教具。

國內學者楊澤忠（2002）提出促進學生發現學習的軟件應包括以下的

1 本文已盡可能回顧所有刊於《數學教育》中關於資訊科技的文章；然而錯誤遺漏在所難免。若有任何遺漏，祈為見諒，並指正。

特點：(1) 注重圖形和數位結合；(2) 注重軟件的靈活性；(3) 增強軟件的可參與性；(4) 應用動畫，表現數學的變化；(5) 加強聲音與色彩等效果。作者更分別以《幾何畫板》(The Geometer's Sketchpad) 及一個作者自己開發的軟件作例子，說明以上這些特點如何能幫助促進學生發現學習。類似地，國內數學教師巫恆生(2004)亦對《幾何畫板》的特點作出分析，他亦指出這個軟件強調數形結合，並有助了解數和形的關係。

雖然資訊科技教材有不少優點，黃毅英(1998)、黃毅英、柯志明、戚文鋒(2006)卻提醒我們應用資訊科技教學時要留心的地方。他提醒我們虛擬與真實的分別，特別地，以電腦程式預設的電腦模擬(simulation)隨機實驗跟真實的隨機實驗是不相同的；而電腦所產生的誤差問題亦是要特別留意。更深層地，「資訊侵略」等意識形態問題，亦是不容忽視。

資訊科技與數學課程

隨著資訊科技引入數學教育，課程亦相應有所改變。在《數學教育》中，有數篇文章是專門討論這個課題。首先，新加坡學者 Cheung (1995) 於創刊號提到圖像計算機(graphical calculators)的引入，讓我們重新思考應該教什麼數學和怎樣教的問題。他以函數的圖像(graph of functions)和方程求解(equation solving)作例子，說明圖像計算機的引入，讓這些課題的教學重點改變了，強調點不同了。具體地，國內學者徐勇(1996)及香港學者周偉文(1997)分別對資訊科技(包括數學軟件及計算機)的引入如何改變初中及小學的數學課程作出評論及分析。有趣的是，最近，小學老師葉葆誠(2009)根據他訪問新加坡的學校的體會，對香港及新加坡的小學數學課程在處理計算機的運用作出比較。根據他的分析，「本地(香港)較偏重利用計算機進行『探究學習』，而新加坡則把計算機作為減省運算時間的『輔助學習』。」(p.57)以上的分析和討論，對於如何調適數學課程，使其能更迎合資訊科技年代有頗高的參考價值。

教學與評估方法的改變

教學與評估方法的改變，是與課程相關的討論。事實上，在《數學教育》中，大部份關於資訊科技與數學教育的文章均是涉及教學與評估方法的改變。其中，有五篇是理論性的討論，而其餘 20 篇則提供個別課題的具體例子。

Kwok (1998) 根據 John Bigg 的 Solo Taxonomy model 提出應用資訊科技的三步驟教學程序 (three-step teaching algorithm)，他認為這個教學程序能透過資訊科技的圖像化 (visualization) 特點，促進數學概念的理解 (conceptual understanding)。類似地，內地學者楊澤忠 (2002) 以函數的圖像 (graph of functions) 為例，提出有效利用電腦輔助教學的策略；其後，楊澤忠 (2006) 再進一步提出利用電腦多媒體培養中學生的空間想像能力的五項原則。李漢龍 (2002) 則對於資訊科技如何改變大學數學教學的傳統模式，提出適切的討論。以上各學者的理論，對於設計配合資訊科技的數學教學策略提供很重要的參考。至於評估方面，Leung (1998) 已介紹 Wainer 等人的「電腦調適測試」(Computerized Adaptive Testing) 作為另類的數學評估。他認為這種評估工具，能為學生提供個別化剪裁的測驗 (individualized tailor-made tests)，對學生、教師、學校行政人員及教育局官員均有所得益。可惜，截至第 29 期，《數學教育》還未有另一篇文章是專門針對資訊科技應用於數學科評估的文章。在強調「促進學習的評估」及多項評估的改革 (例如：「校本評核」及「全港性系統評估」) 的年代，實在需要有識之士提出更多利用資訊科技提升評估質素的方案。

《數學教育》不乏利用資訊科技於教授個別課題的具體教學示例。概述如下：

先談小學方面，黃志華 (1996) 透過利用計算機教授四則運算，展示數學美；姚惠瑜、陳麗萍 (2008) 利用《幾何畫板》於「圓的認識」的數學化教學設計；馮振業 (2009) 則討論如何利用 Cabri 3D 探究正方體的截面；柯志明、程翠娟 (2009) 則利用 GeoGebra 處理「斜」的平行四邊形的面積。

至於初中方面，Leung (1997) 指出利用計算機比四位數表 (4-figure table) 教授三角函數更有效；傅海倫 (1999) 對《九章算術》的開平方及開立方與現代計算機程序作比較，對於利用計算機教授算術有一定的啟發；Sze & Leung (2000) 提供利用免費動態幾何軟件 WinGeom 設計幾何範疇的教學活動的例子；梁子傑 (2000) 利用 LOGO 展示及解釋「外角和等於 360 度」的幾何性質；馮振業 (2001) 示範如何利用動態幾何軟件 Cabri Geometry 解決一道尺規難題；戚文鋒、黃榮貴、楊健文 (2005) 指出如何利用《幾何畫板》引入三角函數 $\sin x$ 的概念；柯志明 (2007、2008) 提供

解釋體積及表面積公式的初等方法，並提供相關的 Cabri 3D 教材的下載網址。

高中或以上程度方面，黃志華（2000）提供一個利用試算表（Spreadsheet）討論一類名為 Pell's equation 的數論方程的例子；黃榮金（2001）利用動態幾何軟件《幾何畫板》（The Geometer's Sketchpad）設計了討論冪函數（power functions）的性質的教學例子，從而指出資訊科技可達致直觀化與抽象化相輔相成的效果；Schumann（2004a, 2004b, 2005a, 2005b）的一系列文章示範如何利用動態幾何軟件教授簡單代數曲線（simple algebraic curves）、數學建模（mathematical modeling）、圓錐曲線（conics）及幾何建模（geometrical modeling）等課題。梁子傑（2004）以利用《幾何畫板》畫圓錐曲線的兩種方法，說明圓錐曲線的不同性質。胡逢亮（2009）提供能深化數學思考及數字感的三道適合高中學生的計算機問題。

討論及總結

縱覽過往刊於《數學教育》關於資訊科技的文章及教學示例，可見已有不少學者及教師嘗試具體地把資訊科技融入數學科的教學中，亦有一些理論性的討論，這是可喜的事情。然而，若仔細分析這些文章，則會發現有以下的潛在不足之處（當然，單憑刊載於《數學教育》的文章，並不能確切反映香港數學教育的實況，但筆者相信，它至少可以提供一些值得思考及發展的方向）。

首先，大部份的具體教學示例，都是屬於中學或以上程度，僅有 4 篇是小學的例子。我們實應設計更多運用資訊科技於小學數學的教學方案，並推動更多小學老師嘗試運用資訊科技於數學教學中。

其次，絕大部份的教學示例均是應用動態幾何軟件，如 Geometer's Sketchpad、Cabri Geometry、GeoGebra 等。其實，計算機、試算表（例如：Excel）及電腦代數系統（Computer Algebra Systems，例如：Mathematica）等亦可對數學學習產生很大幫助，可能這是未來要發展的方向。特別地，免費軟件 GeoGebra 的目標是把幾何、代數、微積分結合在同一平台。若我們能好好利用這類型的軟件於教學中，筆者相信必定對學生學習不同範疇的數學有莫大幫助。

最後，資訊科技已由單向式的網頁年代，邁向 Web 2.0 的雙向溝通及

參與的年代。可否利用 Facebook、Youtube 或 Wiki 等網頁輔助數學的教與學呢？這個問題實在值得思考！

參考文獻

- 江紹祥 (1999)。資訊科技數學教育。《數學教育》，9，33–45。
- 李漢龍 (2002)。資訊時代的大學數學教育。《數學教育》，15，83–87。
- 巫恆生 (2004)。《幾何畫板》與中學數學教學。《數學教育》，18，45–49。
- 周偉文 (1997)。小學數學新課程的新方向：計算機和電腦教學。《數學教育》，4，22–25。
- 柯志明 (2007)。化圓為方 —— 球體體積與牟合方蓋。《數學教育》，24，12–17。
- 柯志明 (2008)。漫談一些體積與表面積的初等方法。《數學教育》，27，53–61。
- 柯志明、程翠娟 (2009)。探究「斜」平行四邊形的面積。《數學教育》，28，32–35。
- 胡逢亮 (2009)。用計算機？《數學教育》，28，52–53。
- 姚惠瑜、陳麗萍 (2008)。數學化教學：圓的認識。《數學教育》，26，50–55。
- 教育統籌局 (1998)。《應用資訊科技發展優質教育諮詢文件 1998/99 至 2002/03 學年五年策略》。香港：教育統籌局。
- 教育局 (2008)。《適時適用科技：學教效能兼備（第三個資訊科技教育策略）》。香港：教育局。
- 徐勇 (1996)。數學軟件與初中數學課程比較研究。《數學教育》，3，23–25。
- 袁媛 (2008)。一個適用於小學數學教學的虛擬教具介紹 —— 萬用揭示板。《數學教育》，26，61–65。
- 郭禮賢 (1999)。資訊科技在下一世紀中學數學教育所扮演的角色及其潛在危機。《數學教育》，9，46–54。
- 梁子傑 (2000)。利用 Logo 解釋多邊形外角和的概念。《數學教育》，11，47–53。
- 梁子傑 (2004)。以 Sketchpad 畫圓錐曲線。《數學教育》，18，35–44。
- 戚文鋒、黃榮貴、楊健文 (2005)。舊酒新瓶：初中三角學教學構想。《數學教育》，21，54–56。
- 葉葆誠 (2009)。學生的拇指 —— 新加坡觀課後記。《數學教育》，28，54–59。
- 楊澤忠 (2002)。電腦輔助數學函數圖像教學理論探討。《數學教育》，14，40–44。
- 楊澤忠 (2006)。利用電腦幫助培養中學生的數學空間想像能力探討。《數學教育》，22，31–37。
- 馮振業 (2001)。當 Pólya 碰上 Cabri。《數學教育》，13，39–49。

數學教育第三十期 (8/2010)

- 馮振業 (2009)。正方體的截面。《數學教育》，28，20–31。
- 傅海倫 (1999)。《九章算術》開方算法系統及其與現代計算機程序的比較。《數學教育》，8，58–69。
- 楊澤忠 (2002)。數學 CAI 如何促進學生的發現學習。《數學教育》，15，72–77。
- 黃 (1996)。資訊廣場 — 「科學工作間」軟件套介紹。《數學教育》，2，56–57。
- 黃志華 (1996)。讓計算器成為迅速邁向數學宇宙的飛碟。《數學教育》，3，47–49。
- 黃志華 (2000)。一個立方和問題 — 沒有試算表便寸步難行的數學觀察。《數學教育》，11，69–82。
- 黃榮金 (2001)。直觀化和抽象化能相輔相成嗎？一堂技術支援下的冪函數教學的探討。《數學教育》，12，35–40。
- 黃毅英 (1998)。高科技、資訊化社會與數學教育。《數學教育》，7，2–4。
- 黃毅英、柯志明、戚文鋒 (2006)。數學教具／學具的運用。《數學教育》，22，2–11。
- Cheung, P.H. (1996). Internet and Mathematics Education. *EduMath*, 3, 64–66.
- Cheung, Y. L. (1995). Graphical calculators in mathematics education. *EduMath*, 1, 23–29.
- Kwok, L.Y. (1998). Some applications of hand-held technology in teaching mathematics at upper secondary level in Hong Kong. *EduMath*, 7, 11–20.
- Kong, S.C., Man, Y.K., & Leung, C.K. (1998). A survey of Computer Assisted Learning software for Hong Kong primary mathematics. *EduMath*, 7, 5–10.
- Leung, C.K. (1997). 4-Figure Table? Calculators? *EduMath*, 4, 106–108.
- Leung, C.K. (1998). Computerized adaptive testing as a means for mathematics assessment. *EduMath*, 7, 21–27.
- Schumann, H. (2004). A dynamic approach to ‘simple’ algebraic curves. *EduMath*, 18, 2–23.
- Schumann, H. (2004). Reconstructing modelling inside dynamic geometry systems. *EduMath*, 19, 3–21.
- Schumann, H. (2005). Introduction to Conics with Cabri 3D. *EduMath*, 20, 25–38.
- Schumann, H. (2005). Interactive Geometrical Modelling in Virtual Space. *EduMath*, 21, 27–42.
- Sze, C. L. & Leung, C.K. (2000). Developing mathematics learning materials using freeware. *EduMath*, 10, 8–16.

作者電郵：mathchan2005@yahoo.com.hk