

時間教學的疑難和困擾

馮振業

香港教育學院數學與資訊科技學系

引言

生活在現代社會，不可能對「時間」一無所知。即使是沒有機會接受教育的長者，面對日常生活所需的時間觀念，也不見得有很大困難。由此可以推論，日常生活所需的時間觀念，是可以從生活學到的，只是不清楚歷時多久而已。今天，人們上學也要學習時間。我們不禁要問：學校課程教授時間，是純為生活作準備嗎？若是，這與從生活中學有何差別？若否，又多了哪些內涵？

與大多數人的想法一樣，筆者的即時反應都認為學校課程教授時間，不應單為生活作準備。一方面，要令學生把生活所需的時間觀念學得比從生活中學更快和更有系統；另一方面，更要讓學生接觸時間的科學一面，為他們日後可能涉及關於時間在科學或其他知識領域方面的應用作好準備。

儘管這個良好願望看似理所當然，實踐時卻有不少掣肘。目前，在中小學課程之內，時間主要在初小的數學課程內教授。其他如常識科、地理科、科學科或物理科，雖有觸及時間的課程內容，但大都沒有正面探討時間的本質，形成初小學完便要待唸大學才有機會深化學習。換言之，初小數學課程內的時間學習，要能有效地支持整個中小學有關時間及其衍生的各種學習，可謂任重道遠。本文試從教師備課的角度出發，探討時間教學的疑難和困擾，並提出一些個人的想法，希望有助教學工作的定位。

生活角度與科學角度

現時初小的時間學習重點（見附錄），主要是從生活的角度著眼。成年人在生活上會碰上的時間用詞，包括「年」、「平年」、「閏年」、「月」、「日」、「星期」、「時」、「分」、「秒」、「午夜」、「上午」、「正午」、「下午」等，都在學習範圍之內。日常用上這些詞語，一般小學生都可以應付。然而，這些詞語背後的科學意義，倒不知道何時可以得知，甚至不肯定有否機會弄

清楚。例如，學生也許知道閏年年份必定是 4 的倍數，在他們有生之年，碰到 2012、2016、...、2096 等，都可得出它們是閏年的正確結論。正如大多數普通人一樣，他們也許不知道年份是 4 的倍數只是閏年的必要條件，卻並不充分。只要長壽一點，活到 2100 年，就會發現這年並非閏年！

年份是 4 的倍數，但又不是閏年的例子，上一次出現的時候是 1900 年。在 1900 年與 2100 年之間，再也找不到其他例子了。如果只為滿足生活需要，今天活著的人大概也不必為了解這個問題而煩惱。正確地說，閏年的年份，就是所有 4 的倍數，剔除 100 的倍數之中，哪些不是 400 的倍數的（詳見顧、葉、王，1995）。儘管這結果是以數學概念來描述，背後的理據卻並非出自數學本身。如果我們不打算超越生活，大可糊塗地記著年份是 4 的倍數就是閏年，反正有生之年都出不了甚麼亂子。如果我們不打算採用一個科學的角度考慮這個問題，恐怕無從得知箇中原因。

以科學的角度著手，不可能迴避時間的本質，其中有關時間單位的討論更是不可或缺。如果把時間的量度與其他度量範疇的課題相比，會發現兩者的處理手法，在同一課程（香港課程發展議會，2000）之下出現明顯的差別。先看關於長度（和距離）、重量和容量三個課題，會發現以下如出一轍的內容重點：

2. 直接比較物件的長度和物件間的距離。
3. 以自訂單位量度及比較物件的長度和物件間的距離。（頁 22）
2. 直接比較物件的重量。
3. 以自訂單位量度及比較物件的重量。（頁 29）
2. 直接比較容器的容量。
3. 以自訂單位量度及比較容器的容量。（頁 34）

再看關於時間的課題，會發現這種由直接比較，走向自訂單位，到最後介紹公認單位的細緻學理鋪陳，是全然欠奉的（見附錄）。換言之，在量度活動中，孕育單位的科學角度，在關於時間的課題卻被生活應用的角度取代了。於是學生記著年、月、日、星期、時、分、秒，以及適當的換算公式，也懶得去問為何時間的單位如此之多，換算方法又如此複雜。

即使我們希望繞過相對論揭示了時間的非恆常性（有興趣，而又具備一定物理學知識的讀者可參看 Hawking，1988，或其翻譯本許、吳譯，

1993)，時間單位的形成，仍與不少學問領域相關，能提供豐富的學習機會。

從科學知識到通識

以數學觀點看，量度活動的基本是單位的定義和單位與單位之間的換算。先看單位的定義。例如，我們可以畫一線段定義長度單位；以一件物件定義重量單位；拿一個瓶子定義容量單位。同樣的功夫，在時間量度之上，就是要找一事件，若重複地發生，跨越的時間是一致的。由於時間不會停頓（暫且不理相對論引伸的各種結果），要討論這麼一個不可能抓著不放的單位，對小學生而言會有一定困難。再看單位之間的換算。在長度、重量和容量的學習上，定義了第一個單位，其他單位即可簡單地由第一單位倍大或等分得出。例如，以厘米為第一個長度單位，隨即可定義 1 米為 100 厘米，1 毫米為 1 厘米的十分之一，1 公里為 100000 厘米；以克為第一個重量單位，隨即可定義 1 公斤為 1000 克；以升為第一個容量單位，隨即可定義 1 毫升為 1 升的一千分之一。由於這些都是現代製訂的單位，自然充分配合現代廣泛採用的十進位值記數系統。相反地，不少時間單位源遠流長。例如，年、月、日、星期和時都在古代計時和曆法中出現。它們緊密地結合著人的生活作息：太陽曆以年標示季節氣候的循環，對農業社會至為重要；太陰曆以月記錄月球環繞地球轉一周的時間，有助推測潮汐，對漁民及航海人員有特別意義；日標示地球自轉一周的時間，在夜明設施欠缺的社會，直接指導人的作息循環；星期在經濟活動頻繁的社會，用來定義休息日或特殊宗教活動日；時把一日等分成若干分，方便人類交往和活動規劃。基於自然現象的局限性，這些單位之間不一定存在簡單的整數倍關係，更遑論配合十進位值記數系統。

太陽曆的月與月球運動無關，只是隨意地把一年分開若干份，填補年和日兩個相差甚遠的時間單位之間的缺口，於是有較大空間受著政治因素影響。藉著探討諸如公曆月份大小的製訂、復活節日期如何確定及置閏日等等的問題，可把時間的科學面相引向更廣闊的通識學習。其中天文、地理、歷史、曆法的交匯，可謂締造了多元學習的理想平台。礙於篇幅所限，本文無法把偌大的學習範圍詳細交代。有興趣的讀者可參看陳、楊（1993）；曹（2002）；Bourgoing（2001）；Dershowitz & Reingold（1997）；Duncan（1998）；Holford-Strevens（2005）；Richards（1998）。

誠然，數學科的教學，不可能無止境地延伸至其他學習領域。要進行這種通識學習，跨學科的專題研習，應該是可行的模式。此外，在目前只有數學科正面教授時間的課程安排之下，有必要釐清除了生活應用之外，學生應有哪些關於時間的科學知識，要從數學科學會的。筆者建議最少加入下列兩點：

1. 生活在地球上，人類有自然的需要用上以獨立方法定義的不同的時間單位，形成單位之間欠缺簡單的換算公式。
2. 公曆閏年加一日是為修正回歸年（指地球環繞太陽一周的時間，約為 365.24 日）並非日的整 365 倍而設，每 4 年一閏日的做法會使公曆年累計超越回歸年。剔除年份是 100 的倍數而非 400 的倍數的年份不閏，是為改善累計超前的情況。

初小時間教學的兩個焦點

如果不理增潤項目包含的內容，初小時間教學其實只環繞兩個焦點：（一）公曆的認識和運用；（二）描述時刻和時段。由於星體運行存在變化，例如地球自轉一周的時間並非固定不變，形成日、月、星期等較大的時間單位其實並不穩定，不符合嚴格的科學要求。因此，公曆的認識和運用只適宜局限於生活層面。在精密的科學應用上，會以銨原子定義的「秒」作為基礎（可參看香港天文台網頁 <http://www.hko.gov.hk/gts/time/basicterms-TA1c.htm>）。

前面提出的公曆的認識和運用，是以日作為基本單位，要描述時刻和時段，必須先確定日期。在生活上，很少要求不看日曆找日期。因此，為生活，懂看日曆就可以了。那些「給一個日期，算算它是星期幾」、「給一個日期，找若干天（或星期）之前或之後的日期」或類似的問題，涉及較複雜的計算，只能放在增潤，不能看作對一般初小學生的基本要求。（但筆者無法確定全港性系統評估會不會有這種考題！）如果把公曆的認識和運用局限於看懂日曆和應用日曆，一般初小學生都可應付。剩下的困難，主要集中於時刻和時段的描述（見香港考試及評核局，2009）。

時刻的描述比日期的描述複雜，前者包括文字報時、指針鐘面報時、跳字鐘面報時，當中還要分 12 小時報時制和 24 小時報時制兩種，不像日

期的描述只要報上年、月、日就可以。無論是方向、位置或時刻的描述，都離不開參考點和量度單位兩個重要概念。以數值描述的時候，需要有一個開始數算或量度的地方，這就叫做參考點。輔以適當的數算或量度單位，即可達到量化描述事物的目的。例如，在描述方向時，必先定義一個方向作為參考點，再運用某種單位定義其他方向。要定義四個主要方向，可以用地球磁場定義北方，再以「直角」這個量度單位順序定義東、南和西。教授八個方向時，只是單位變成「半個直角」罷了（可參看馮、葉、盧，2008）；同理，在用來描述位置的直角坐標系統上，參考點就是原點，量度單位就是坐標軸上 1 格的長度。

數學課程要求學生掌握的時間描述，遠不及方向和位置的描述那麼簡潔，因為要處理多於一個參考點。在正常的進位系統內，一個數位上的數字，會從 0 開始，一直增加至要進位的時候，便會回到 0。換言之，一次數字循環對應一次進位。在生活上應用上的時間描述，較多使用 12 小時報時制。這種時間描述系統以十二時（有兩個）作為參考點，量度單位是小時，連續兩個十二時（午夜和正午）把一日分為上午和下午兩個時段。在午夜（或正午）十二時後 x (< 12) 小時的時刻，就以「上午 x 時」（或「下午 x 時」）來描述（即報時）。不難看出，這種時間描述方法存在兩大困擾：一、走一次 12 小時的循環並未需要進位至較大一級的時間單位（日）；二、循環由 12 開始，經 1、2、3、...、10、11，再回到 12，而非由 0 開始，最後再回到 0。

為了修正這個系統用於嚴謹計算時所帶來的種種不便，人類引進 24 小時報時制。這個更適合科學應用的報時制度以午夜作為參考點，即所在地與地心、太陽中心成一直線，而且地心處於中間的時刻。這時刻因地而異，造成地球上存在不同時區。若以 24 小時報時制描述時刻，一天之中的某個時刻，即要考慮由午夜開始直至這個時刻的一個時段，以時、分、秒等單位量度它的長度，所得結果即可用來報時。例如，午夜後 17 小時 43 分 29 秒的時刻，即以 17 時 43 分 29 秒報時，記作 17:43:29。這個簡潔的系統方便把日與時、分、秒連起來描述時刻和時段，是現代的產物，令計算可較容易地進行。例如，要計算 2010 年 2 月 9 日 17 時 43 分 29 秒至 2010 年 2 月 21 日 13 時 28 分 11 秒這個時段有多長，只要按位值列出以下算式，小心地進行不同位值的退位計算即可。

	日	小時	分	秒
	21	13	28	11
-	9	17	43	29
	11	19	44	42

小心的讀者應已看出，21 日 13 小時 28 分 11 秒並不是由 2010 年 2 月 1 日 0 時 0 分 0 秒這個時刻至 2010 年 2 月 21 日 13 時 28 分 11 秒這個時刻的時間長度，而是由 2010 年 2 月 1 日 0 時 0 分 0 秒的前 1 日開始數的結果。同理適用於 2010 年 2 月 9 日 17 時 43 分 29 秒，在減法計算時，這一點差異會自動抵消，算出的 11 日 19 小時 44 分 42 秒依然正確無誤。

最後值得一提的，是指針鐘面報時的問題。由於指針鐘的運動按正比例進行，即時針走 1 大格，分針便走 60 小格；分針走 1 小格，秒針便走 60 小格，要把文字或跳字鐘報時，轉化成指針鐘面報時，必須借助對指針鐘運動的正比例規律的理解。這樣的要求，即使高小的學生也不見得人人可以應付，對初小學生更可說是沉重的負擔。在三級的課程之中，小一只需能認出時正和時半合共 24 幅鐘面的圖畫，相對較為容易，只要多撥聯動鐘讓學生觀察，障礙應可清除。剩下小二和小三的問題比較複雜，如果對評估採取精密嚴謹的要求，恐怕很難看到大部分學生達標。

結語

本文揭示了時間教學的疑難和困擾，其中不少問題仍然未有圓滿的解決方案，希望日後可有更多臨床的探討，把問題逐一拆解。

附錄

初小的時間學習重點

(摘自香港課程發展議會(2000)。《數學課程指引(小一至小六)》。香港：教育署。)

1M4

認識「時」。

以「時」報時。

認識一星期內各天的名稱。

認識一年有 12 個月。

讀出日曆的「年」、「月」、「日」和「星期」。

2M2

認識「分」。

以「時」和「分」報時。

以「分」為單位，量度活動所用的時間。

以「小時」(h) 和「分」(min) 報告活動所用的時間。

認識一天有 24 小時。

認識「上午」(a.m.) 和「下午」(p.m.) 的概念。

以「上午」、「下午」、「正午」、「午夜」報時。

認識每月的日數。

認識「平年」及「閏年」的日數。

2M-E1

認識古代量度時間的方法。

認識古代的計時器。

認識使用標準時間單位的需要。

3M2

認識「秒」。

以「時」、「分」和「秒」報時。

以「秒」(s) 為單位，量度活動所用的時間。

以「小時」和「分」、「分」和「秒」報告活動所用的時間。

3M4

認識「24 小時報時制」。

用「24 小時報時制」報時。

參考資料

- 香港考試及評核局 (2009)。《2008 年全港性系統評估數學科學生基本能力報告：小學三年級》。於 2009 年 12 月 10 日，下載自 http://www.systemassessment.edu.hk/2008tsaReport/chi/Ch8a_P3_MATHEMATICS_C.pdf
- 香港課程發展議會 (2000)。《數學課程指引 (小一至小六)》。香港：教育署。
- 曹亮吉 (2002)。《阿草的歷史故事》。臺北：天下遠見。
- 陳久金、楊怡 (1993)。《中國古代的天文與曆法》。臺北：臺灣商務。
- 馮振業、葉嘉慧、盧錦雄 (2008)。數學化教學：方向系統。《數學教育》26期，39—49。
- 顧汝佐、葉季明、王明歡 (1995)。《小學教學全書：數學卷》。上海：上海教育。
- Bourgoing, J. d. (2001). *The Calendar: History, lore, and legend* (tr. D. J. Baker, & D. B. Baker). New York: Harry N. Abrams.
- Dershowitz, N., & Reingold, E. M. (1997). *Calendrical calculations*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Duncan, D. E. (1998). *Calendar: Humanity's epic struggle to determine a true and accurate year*. New York: Bard. (丘宏義譯 (1993)。《抓時間的人：人類探索日曆的智慧接力》。臺北：雙月書屋。)
- Hawking, S. W. (1988). *A brief history of time: From the big bang to black holes*. New York: Bantam. (許明賢、吳忠超譯 (1993)。《時間簡史：從大爆炸到黑洞》。臺北：藝文。)
- Holford-Strevens, L. (2005). *The history of time: A very short introduction*. Oxford, UK: Oxford University Press.
- Richards, E. G. (1998). *Mapping time: The calendar and its history*. Oxford, UK: Oxford University Press.

作者電郵：cifung@ied.edu.hk