

善用有效的提問「教」學生解難

鄧幹明

香港中文大學課程與教學學系

馬沛玲

協恩中學附屬小學

一、引言

日常的數學教學中，相信許多老師都會遇到學生課餘時的討教問題，老師都會耐心地「教」導學生，然而，在「教」的過程中，如何才可以使學生有更大的學習效果，即學生並非只懂解決原先的問題，而是從老師「教」的過程中，可以領略到更多的解題技巧、可以豐富了思考數學問題的方法、可以增強學習遷移的能力等等。本文嘗試論述一套提問原則，輔以一個實例作說明，冀能讓老師有一個參照，以便在「教」導個別學生解難時，可以發揮上述的效果。

二、四個提問原則

1. 尋底：診斷作用 (Diagnosis)

學生不懂解難的原因其實是多樣性的，但由於他們往往未能準確地向老師反映困難之處，或者老師只是一廂情願地想著學生只是不曉計算，引致老師未能對症下藥。另一方面，解難的過程中往往涉及學生一些先備知識，若老師未能診斷出學生是否具備或者對先備知識有哪方面的誤解，便急於把解題的方法說出，學生可能只是懂得找出答案，而不知道箇中原因或沒有把一些先備知識作深究和連繫。所以「教」學生解題時，老師首要任務是診斷學生兩方面的情况：包括 (a) 是否明白題意？和 (b) 是否具備有關的先備知識？

2. 重建：鷹架作用 (Scaffolding)

當老師尋得學生的認知基礎後，下一步便是協助學生自行從這個基礎上逐步構思出解題的方法。例如：運用類比 (Analogy)、簡化情境等。

3. 撤退：自決作用 (DIY)

許多老師「教」導個別學生解題時都很徹底，但就缺少提供機會讓學生自行解決困難；久而久之，學生便容易養成依賴老師的習慣，最終阻礙

學生數學思維的發展。因此，筆者認為老師於「教」導過程中，應該於適當時間不斷地向學生提出撤退的要求，即老師要求學生自行完成餘下部份，好讓學生能夠多一點空間自行思索解題的方法。老師撤退並不是任由學生獨自解決問題，老師仍得觀察學生的進展，以便隨時加以援手。

4. 延展：增潤作用 (Enrichment)

學生完成解題後，若老師能根據不同的情況作出跟進提問，將可擴闊學生對原來問題的認識，或者對解難過程中的思路重新審視，這將大大提高學生將來面對不同問題的解難能力。這些跟進提問可包括原來問題的變奏、另類解題的方法、解題的關鍵等。

總括來說，整個教導過程中，老師只是根據學生的反應而提出適當的問題，老師並沒有給出任何答案；相反，答案是來自學生對老師提問的回應，學生從而自行領略解題的奧秘。這麼一來，學生必須盡力發揮個人的思維能力，把數學的知識、技能和應有的態度展現，學生無形中能夠體驗學習數學樂趣的一面。

三、舉例

以下將以一個師生對答的片段為例，以便說明上述各原則的意思。片段中是一名六年級學生向數學老師請教以下的一道數學題：

Find 3 consecutive odd numbers whose sum is 153.

學生：老師，我不懂得計算這道數學題！

（學生同時讓老師看以下題目：“Find 3 consecutive odd numbers whose sum is 153.”）

老師：你可否先用中文告訴我這一道題目的意思？

（尋底：老師首先檢視學生對問題的理解程度。）

學生：有 3 個連續單數相加等於 153，現在要找出這 3 個數。

老師：題目要求你找出 3 個數，而這 3 個數要符合一些條件，你知道是甚麼條件嗎？

學生：它們是 3 個連續單數。

老師：甚麼是 3 個連續單數？你可否告訴我兩組例子？

（尋底：老師測試學生對有關概念的認識程度。）

學生：1、3、5 和 11、13、15。

老師：你認為題目要求你用甚麼方法解答？

(尋底：老師檢視學生對問題的認識程度。)

學生：要建立方程。

老師：為甚麼？

學生：將要找的數設成未知數，然後相加，右邊等於 153。

老師：你會怎樣設？

(尋底：老師測試學生對有關概念的認識程度。)

學生：設第一個是 x ，第二個是 y …… 但始終找不到答案。

(學生同時寫出 $x + y + \dots$)

老師：你的意思是否這樣？

(老師同時寫出 $x + y + z = 153$)

學生：是。

老師：為甚麼找不到答案？

學生：因為有太多未知數。

(尋底：老師已測出學生遇到的障礙。)

老師：你認為在這個情況下，最多可設多少個未知數？

(重建：建基於學生對利用方程解難的認識，老師開始逐步引導學生自行解決問題。值得注意的是老師全程都只是向學生作出提問，學生於回應老師的問題中領悟解題的方法。)

學生：1 個。

老師：那麼，我們先設其中一個單數為未知數為 x ，你想設哪一個？

學生：任何一個？

老師：對！任何一個。你想設哪一個？

學生：最小的一個。

老師：還記得這 3 個數的關係嗎？

(老師同時寫出 $x + \underline{\quad} + \underline{\quad} = 153$)

學生：連續的單數。

老師：以 1、3、5 為例，第一個單數是 1，若我只容許你以 1 再作一些運算去表達下一個單數，你會怎樣去表達 3？

(老師同時寫出 $1 + \underline{\quad} + \underline{\quad} = 9$)

學生：相差 2。

老師：請運用數學符號表示， $3 = 1$ _____ ？

學生： $+ 2$ 。

老師：即是 3 可以寫成甚麼？

學生： $1 + 2$ 。

老師：現在 x 是第一個單數，那麼下一個單數是甚麼？

學生： $x + 2$ 。

老師：你現在懂得建立這題方程嗎？

（撤退：當學生表現出可列出下一個單數後，老師估計學生應能完成其餘部份，所以便試探學生能否列出有關方程，之後便讓學生自行解決餘下部份。）

學生：我明白了。

爲了讓學生對原來問題有更多的認識，學生於成功解題後，老師可作以下的跟進探討，從而體現延展的原則：

1. 是否一定要設最小的單數爲 x ？

可讓學生比較採用以下哪一種方法較爲方便：

- 設最小的單數爲 x ： $x + (x + 2) + (x + 4) = 153$
- 設中間的單數爲 x ： $(x - 2) + x + (x + 2) = 153$
- 設最大的單數爲 x ： $(x - 4) + (x - 2) + x = 153$

2. 著學生觀察以下算式，觀察 3 個連續單數的和與哪一個單數有一定的關係，並說出其關係。

- $1 + 3 + 5 = 9$
- $11 + 13 + 15 = 39$
- $21 + 23 + 25 = 69$
- $5 + 7 + 9 = 21$
- $9 + 11 + 13 = 33$

3. 試證明這關係。（可參考問題 1）

上述的第一個跟進問題是讓學生比較不同的解題方法，從中領略方法的關鍵；這麼一來，可以擴闊學生的視野，增進學生對解難的興趣和豐富他們的解難技巧。

至於第二個跟進問題是讓學生對原先問題作一般性的歸納；這麼一來，可以大大加深學生對該類問題所涉及的數學概念之認識，從而提高學生對數學欣賞的能力。

最後的跟進問題則讓學生（縱然是小學生）嘗試去把數學知識作進一步的推廣，這種數學能力和思維的培育是學習數學的其中一個很重要的目的；經得起這種能力和思維的考驗對學生往後學習數學有著正面的關鍵作用，同時亦可以讓學生體會數學奧妙的地方。

四、總結

生活在二十一世紀的學生要面對千變萬化、充滿挑戰的社會，掌握一套有效的思維技巧是絕不可缺的事。思維技巧不是一套可背誦的「祕方」，而是需要透過老師利用一些有效的工具去營造誘發思考的學習環境，其中一個有效的工具就是「提問」，利用提問引導學生追尋答案比直接把知識傳授予學生更有助於學習。就以上的片段為例，老師首先透過提問讓學生重新審題一次，繼而透過提問檢視學生對概念的認識和問題的理解程度；在過程中，老師重視學生的答案，會利用答案來作下一個提問的參考，或讓學生反思自己的錯誤，並自行修正錯誤，這使學生覺得自己所思考的得到肯定，增強了他的成功感和自信心。

而更重要的是延伸學生的思考，老師應根據學科的內容和學生的程度，製造機會去鼓勵學生嘗試不同的解題方法，思考當中的步驟，作出更清晰的推論及從中選出最有效的方法。總而言之，老師要把握機會讓學生領略出有意義的數學學習該是什麼樣的一回事，其中老師必備的技能便是「提問」技巧。