數學化教學:整除性檢定

楊思敏 聖公會置富始南小學 馮振業 香港教育學院數學系

# 數學化觀點

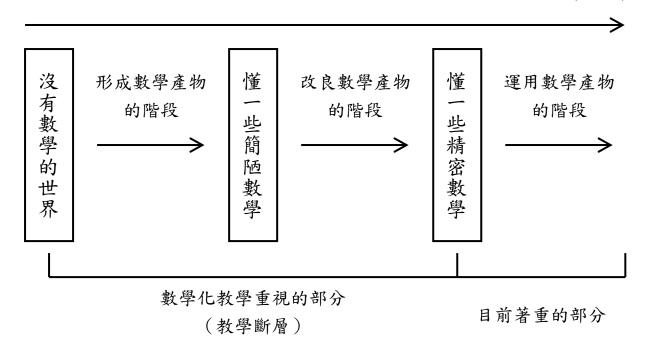
隨著時代的轉變,社會的進步,如今小學數學科所教授的內容大都能利用一般的電子計算機完成,不期然讓人質疑學數學的意義。的確,現今的學生不應只是單純地學習特定的題材,盲目地進行操作訓練、追求準確度。Freudenthal(1973, 1991)提出以數學化(Mathematising)觀點組織數學教學。「數學化」就是數學產物由無到有,由粗疏變精密的過程。在過程中,學習者以數學方法、手段或工具去認識及組織現實經驗。而學數學的真正意義,就是參與這個數學「再創造」(re-invention)的過程。

## 研究範式

德國數學教育家 Wittmann (1995, 2001)提出以「系統進化」 (Systemic-evolutionary)的「設計科學」(Design science)範式處理複雜的教學問題,從教學單元的研究入手,對不同課題的教學作出小心設計。是次的研究報告就是希望以這種發展性研究(Developmental Research),根據數學化的觀點對整除性一課題進行設計、施教、評鑑及反思,以體驗數學化觀點在教學設計上所起的作用。

# 數學化教學

「數學化」觀點,被馮(1999)首次引進香港,作爲教學研究計畫「數學化教學」的指導思想。他指出現今數學教育往往只著重數學最終成果的運用,忽略數學原理的推演,妨礙學生思考數學、理解數學,形成教學斷層(馮、王、葉、何,2000)。「數學化教學」正正是針對這個廣被忽略的教學斷層,主張讓學生從現實世界的經驗開始,經歷數學產物由衍生、改良、到精煉的數學化過程。



## 數學化觀點的作用

於 2004 年的香港數學教育會議上,馮對數學化觀點如何指導研究工作,作了更進一步的解釋。在數學化教學的執行方式之下,有三個重要的研究對象:骨架方案、執行方案和實踐檢驗。在研究課題教學設計時,骨架方案所指的是學習經驗的宏觀布局,執行方案就是教學進行的具體細節,而實踐檢驗便是教學的實踐部分。他提出九個關注項目如下:

- (一) 主體內容是否遵循由無到有,由粗疏變精密的推演過程?
- (二)教學發展有否充分照顧,學生運用其已建構的知識和技巧,透過具體的科學辯證手法,再創造新數學知識的學習規格?
- (三) 教學軌道是否充分體現數學思想的發展,和具一般性的數學方法?
- (四) 教學設計在實踐的課室環境是否具備一定的可行性?
- (五) 教學設計有否措施舒緩差異對教學發展構成的壓力?
- (六) 教學設計有否照顧孕育適當數學語言的需要?
- (七)教師能否讓內容重點快速、準確和清晰地在學生面前呈現?
- (八)教師能否透過充分示範和適當回饋,讓學生掌握數學獨特的思考方 法和語言運用?
- (九)教師有否重視培養有利學習數學的工作習慣和態度?(馮,2004)

#### 數學教育第二十期 (6/2005)

上述(一)、(二)、(三)、(六)、(八)、(九)項,可算是「數學化觀點」的自然引伸。教學由設計到執行有多「數學化」,就得看這些關注項目有多大程度得到照顧。

## 一般書的做法

在 2002 年推行的新小學數學課程中,除了 2、5、10 的整除性外,其餘的整除性被放入增潤課程(香港課程發展議會,2000)。

觀察市面上的教科書,大多會在這個課題上利用觀察規律的歸納推理模式,讓學生在大量的同樣能被某數整除的數中,找出其整除性檢定法,然後再進行大量操練(可參考林、陳(2002),《現代數學》4上B冊)。面對這個看似理所當然的教學設計,不期然讓人疑惑:透過觀察,似乎找出整數的某些特性,但究竟是甚麼導致整數有這樣的一個整除特性卻無從得知。在不知其原因的情況下,學生只能死記各個不同的整除性,教學流程並未能進一步培養學生有系統的數學思維能力。

## 高等數學的做法

事實上,整除性檢定法的發展是源於對數值、整除與餘數關係的理解, 背後有著嚴謹的證明支持(可參考文、梁、吳(2000),《基礎數學引論》, 99-101頁)。而6的整除性,更是利用了以下定理:

定理 1 設  $a \cdot b$  互質正整數,則 m 是 a 和 b 的公倍數當且僅當 m 是 ab 的 倍數。

證明 當 
$$a \cdot b$$
 互質, 必存在整數  $x$  和  $y$  使  $ax + by = 1$ 。 (1)

由
$$m$$
是 $a$ 和 $b$ 的公倍數得知必存在整數 $k$ 和 $n$ 使 $ak=m$  (2)

$$\not \supseteq bn = m \, \circ \tag{3}$$

將 (1) 式乘以
$$m$$
, 得 $m(ax + by) = m$ , 即 $axm + bym = m$ 。 (4)

將 (2) 式、(3) 式代入 (4) 式,便有 axbn + byak = m,即存在整數 (xn + yk) 使 ab(xn + yk) = m,得證 m 是 ab 的倍數。

逆定理明顯,此處從略。

在以上的論證中,清楚顯示兩數互質是證明的關鍵,使等式ax + by = 1

存在,進而推得所需結果。

儘管上述結果能一般地提供整除性檢定法則聯結運用的可行性,不幸地,以上的論證涉及小學生不懂的定理、抽象的表達、及高層次的數學語言,不可能全盤搬到小學的教學上。如果繞過理解與證明,恐怕只能著學生相信這些檢定法了。

## 骨架方案

根據數學化教學的執行方式,整個骨架方案(附件一)的設計過程中, 最重要的考慮是如何將嚴謹的思考過程,以學生明白並能參與的形式表達 出來。以下會分別由宏觀的主體內容的推演、辯證手法及數學思想和方法 三方面作出討論。

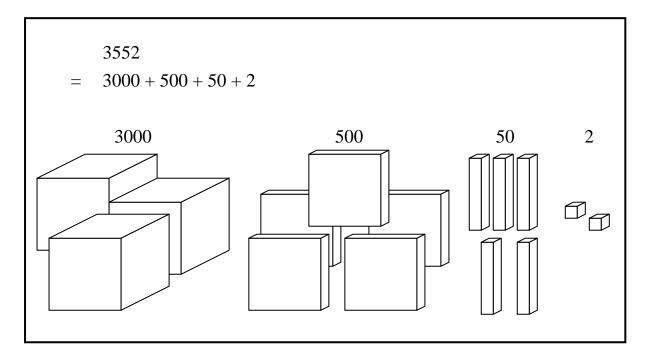
- 一、主體內容的推演。從一個宏觀的角度來看,主體內容必須遵循由 無到有,由粗疏變精密的推演過程(馮,2004)。單看各個整除性檢定的「口 訣」,並沒有難易之分,最多只可介定有些整除性檢定法較易表達和運用, 有些則需要較多的計算,當中談不上甚麼由粗疏變精密的推演。然而,透 過了解整除性檢定法則的證明,可以清晰地了解到它們之間存在不同的層 次。根據背後理念的複雜程度,及推演過程中所需的思維精密程度,整個 教學順序首先會是 2、5、10 的整除性,因爲這個最易理解,然後是 4 和 8 的整除性,由於這兩個的整除性檢定法則原理相近,同是要確立某位值以 上的數必能被檢定數整除,可以不必考慮,學生較容易接受此思考模式, 因此放在較前的順序。當有以4、8整除性的經驗後,便可嘗試加入各位值 均非檢定數的倍數的情況。以9和3除各位值時,同樣餘1,可放在4和8 後,引導學生思想餘數與整除性的關係。不過,先教授9的整除性會較合 平學生的進度,因爲較易看出餘數。而檢定 11 的奇偶位差法則是由餘數是 10 和 1 相間的現象得出,與 3、9 儘管近似,卻較複雜。雖然同是考慮各 位值的餘數,但另加要求學生留意奇偶位值的餘數的特點,並加以組合, 才能理出奇偶位差法的原理,較適合緊隨 3、9的整除性教授。最後,才進 入要繞過互質概念的6的整除性。
- 二、辯證手法。教學發展需要充分考慮,讓學生運用其已建構的知識 和技巧,並透過具體的科學辯證手法,再創造新數學知識的學習規格(馮, 2004)。就以上的觀點,在詳細的教學設計上,需要先考慮甚麼是學生已掌

#### 數學教育第二十期 (6/2005)

握的。學生對整除觀念最根本的理解是:當一個整數能被 a 整除,即該整數滿足每 a 個一數,沒有餘數。當中只要抓緊這一個原理,引導學生按位值考慮能否每 a 個一數,或進一步將 a 的倍數移走,再根據餘下數粒的數目特質,推敲出相應的整除性檢定法則。在整個學習過程中,還需要考慮如何具體、有系統地辯證整除性檢定的原理。要進行這樣的教學發展,必須有方便展示位值、移走倍數和顯示餘數的輔助工具。此次實驗用上了十進制積木,切實地向學生展示所檢數的各個位值,然後按位值移走檢定數的倍數,並將其餘數展示出來,使學生實在地感受到整除概念的運作。更重要的是,透過這樣的具體物演示,學生便掌握到一套具一般性的方法。在整個課題的學習過程裏,這手法會重複出現,推導不同的檢定法則。學生不單可以以此爲科學辯證的基礎,甚至可以運用它去自行發掘整除性檢定法則。這麼一來,學生便有了再創造數學的主動權,不必再事事依賴教 師講解。

以下以4的整除性作爲例子:

1. 重申整數可以按位值展開,並具體地以十進制積木展示出來。



2. 針對學生在操練背後,對「除」的概念仍然薄弱的事實,須先引導學生釐清「整除」的意義:可被4整除的整數,一定可以每4個一組排列,沒有剩餘。

- 3. 接整數的位值,逐一觀察,在「整除」的意義上,把檢定數的倍數, 從各位值中移走,把所檢數是否檢定數的倍數的問題,化爲各位值上 殘餘的數,合起來是否檢定數的倍數的問題。
- 4. 先觀察百位位值,歸納出:由於 1 塊 100 積木能每 4 粒一組排列,沒 有剩餘,2 塊 100 積木當然也能滿足每 4 個一組排列,沒有剩餘。如 此類推,能寫成 100 的倍數的整數,均能被 4 整除。
- 5. 換言之,百位及更高位值的數字可以不理,因它們代表的數都是 4 的 倍數。
- 6. 由此推論出我們只要著眼於餘下的十位和個位,原數能被 4 整除當且 僅當其十位和個位所組成的兩位數能被 4 整除。

4、8、9、3 及 11 的整除性檢定均可透過以上的整理手法向學生展示( 附件二:9 的整除性檢定法之教學設計), 唯在 11 的整除性檢定法,與其它的略有分別,老師需要引導學生觀察以 11 除各位值時,餘數 1 和 10 是交替出現,只要將奇、偶數位值的餘數湊合,便能得出奇偶位差法。

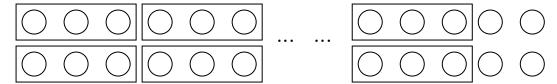
至於 6 的整除性檢定法的教學設計,則與前述有所不同。6 的整除性 涉及兩個互質因數的整除性的結合,即只要一個整數能同時被 2 和 3 整除,該整數必爲 6 的倍數。觀乎現今一般教科書的處理手法,大都以十行表來顯示 6 的倍數與其因數 2 和 3 的關係(可參考林、陳(2002),《現代數學》 4 上 B 冊),一來欠缺普遍性,二來由於沒有強調其因數 2 和 3 是互質的關係,容易混淆學生,使誤以爲所有合成數都有這樣的特性。事實上,6 有這樣一個整除性不單單是因爲 2 乘以 3 等於 6 這個關係,還因爲 2 和 3 是互質的(證明見上文定理 1)。然而,在小學四年級這階段,學生是未曾接觸過互質概念。面對這種情況,只有繞過互質概念,放棄證明的普遍性,追求能用於此特殊情況(即某數是 2 和 3 的公倍數當且僅當它是 6 的倍數)的解說。因此在演繹上,最重要的考慮是如何以具體的手法,令學生理解不是所有的合成數均有這種特質,並明白其衍生的過程。

在這發展脈絡上,最直接的方法就是向學生提出反例子,例如:20 可以分別被2和4整除,但卻不能被8整除。接著,更可進一步以數粒向學生展示推論過程。

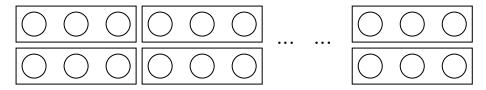
以下是具體的處理手法:

能被6整除必定能被2和3整除				
1.	能被6整除的整數	,以數粒表示	,即可以每6岁	粒一組,沒有剩餘
	$\bigcirc$	$\bigcirc$ $\bigcirc$		$\bigcirc$
	$\bigcirc$	$\bigcirc$		$\bigcirc$
	$\bigcirc$	$\bigcirc$		$\bigcirc$
2.	引導學生觀察其排列	河,得出6的位	音數必定能排	成2粒一組及3粒一組
			•••	
同時是2和3的倍數必定能被6整除				
3.	先由2的倍數開始	,利用數粒排品	出2的倍數(	<b>必成兩排同長</b> )
	$\bigcirc$ $\bigcirc$ $\bigcirc$ $\bigcirc$		$\bigcirc$ $\bigcirc$	
	$\bigcirc$ $\bigcirc$ $\bigcirc$ $\bigcirc$		$\bigcirc$	
4.	在分兩排的情況下	,每排獨立進行	行每3粒一組	:
	可能性一			
		$\bigcirc \bigcirc \bigcirc$		

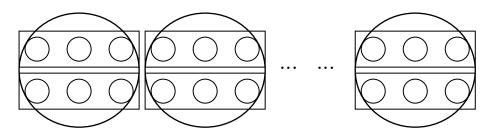
#### 可能性二



#### 可能性三



5. 觀察得出:同時是 2 和 3 的倍數,可能性一和二不會出現。剩下可能性三心定能滿足每 6 粒一組排列,沒有剩餘



6. 若時間許可,可以用上述的方法考慮 8 的整除性不可能由 2 和 4 的整除性推得,即 2 和 4 的公倍數不一定是 8 的倍數(這樣可以進一步鞏固學生對證明關鍵的理解)。

回顧整個展示過程中,是以學生的已有知識出發,並以具體的數粒操作作爲引導,並沒有涉及超乎學生的知識和能力,使學生能順暢地理解整性檢定法的由來。

三、數學思想和方法。骨架方案中的教學軌道須充分體現數學思想發展,和具一般性的數學方法(馮,2004)。上述的教學軌道,說穿了,只是同餘概念的具體演示。這樣的「化大爲小」,去除阻人視線的大部份,著眼探討關鍵的小部份,是重要的數學思想,能開眼界,對學生實有莫大的益處。爲了配合此觀點,是次教學的整體設計均以十進制積木作爲貫穿,換算的操作與模式相近,至於工作紙的設計亦與課堂上的換算操作相似,讓學生按照統一的軌道,思考出其他的整除性,有助學生培養有系統的數學思維。

## 執行方案

在執行方面,需要以骨架方案爲主幹,就課堂的限制作出微調,成爲 合用的執行方案,以下根據可行性、差異處理和數學語言三方面透視執行 方案的布置:

四、教學設計在實踐的課室環境需要具備一定的可行性(馮,2004)。 根據骨架方案,最理想的教學就是讓學生有機會親身利用十進制積木進行 換算,然而礙於物資的限制,唯有改以教師作黑板示範,透過提問,鼓勵 學生參與討論演化的過程。另外,由於課時所限,未能每一個整除性均詳 細論及,考慮到 4、8、3、9、11 的整除性分析方法較爲接近,無太大壓縮 的空間,決定在 6 的整除性上只作簡略介紹。

五、教學設計需有措施舒緩差異對教學發展構成的壓力(馮,2004)。 是次研究,並未有詳細的考慮舒緩差異的措施。然而,重複出現的「按位 值考慮餘數」的策略,應可照顧能力不同的學生的進度差異。

六、教學設計要照顧孕育適當數學語言的需要(馮,2004)。在此課題,要特別培育學生對位值描述的準確性,例如:在4的整除性上,只要刪去百位以上的數字後,剩下的兩位數能被4整除,其原數便能被4整除,但決不能說成「只要最後兩個數字能被4整除,其原數便能被4整除」。另外,如何引導學生有條理地說清辯證過程,也是一重要的關注點。要達至以上兩個重點,老師除了要掌握準確的表達外,還須要求學生以正確、完整的數學語言回答及陳述。在工作紙的設計方面,亦刻意將整個辯証過程及模式由黑板搬到紙上(附件三、四),讓學生自己有多些機會體驗其過程,從中學會準確的表達。

# 課堂實踐:學生學習的成效

筆者之一曾就設計於四年級中進行一次試驗,根據工作紙(附件三)中學生的整體表現,顯示全班四十名學生均能順利地掌握整除性發展的思考過程,其中超過八成的學生更能單靠工作紙(附件四)的協助,進行模仿,從而自行找出3的整除檢定法。另外,依據對四位能力不同的學生所進行的問卷調查(附件五)顯示,雖然他們的學習存在差異,但四位均能準確說出各個整除檢定法,當中有中等或以上能力的學生已能正確地理解及轉述4和8的整除檢定法背後的原理,數學能力較高的學生更能進一步

清楚地演示 9 的整除檢定法的由來,顯示對課題有高度理解,而能力稍遜的學生亦表示對課題甚感興趣。因此,有理由相信,以十進制積木作爲演繹推理的媒介,是有效的教學設計,能把具體的實物操作爲思考的起點,總結出數學產物。這樣既有助學生對各整除檢定法的記憶,減少混淆情況的出現,亦能向學生介紹有效的數學思考模式。

然而,在施教的過程中,並不是一面倒的順利。根據上文提及是次有關 8 之整除性的教學設計,放棄了以教科書提供的較複雜的版本:「一個數的最後兩位數是 4 的倍數,不是 8 倍數,而百位數字是單數時,這個數便可以被 8 整除。一個數的最後兩位數是 00 或 8 的倍數,而百位數字是雙數時,這個數也可以被 8 整除。」,改以較適合學生理解的定義:「一個數的個、十、百位所組成的數是 8 的倍數時,這個數便可以被 8 整除。」但發現學生的學習文化慣於依賴教科書的內容,即使不理解箇中原因,學生也是自然地傾向背誦。由於學生不明所以,導致背誦錯漏百出,教學上有一定的困難,耗掉了一些時間。

# 改良建議

在施教之後,發現除了數學語言的運用仍需改善外,教學設計亦有修訂的空間。首先,在前文提及,工作紙是一件有效引導學生的工具,使他們利用已學的思考過程,自行歸納其他的整除性。以3的整除性檢定爲例,此課題是緊貼9的整除性檢定之後,自己只是著學生完成工作紙(附件四),學生便能根據工作紙所得的經驗,說出3的整除性檢定法及其背後原因,並不需要額外的課節來教授。因此,工作紙在整個教學流程中的角色,可以更重要,由只在3的整除性中使用,推廣到8、11的整除性上。相信這會令學生的學習自主性增強,刺激思考。

最後,我們認為在 6 的整除性部分,可變得更具啓發性,在進行前述的教學步驟之前,可以著學生以前幾節的經驗,先觀察各位值的餘數,從中找尋關係,就各十位以上的位值除以 6 均餘 4 的現象,討論可行的整除性檢定法,如:將十位以上的數字相加,將總數再乘以 4,最後加以個位的數值,所得的總和如能被 6 整除,原數便能被 6 整除。再通過驗算,讓學生自行確定方法是否正確,增加學習興趣。接著再提出是否可透過 2 和 3 的的檢定法檢查 6 的整除性的探討,待得到結論後再與已知方法比較,著學生評價兩個方法的優劣,加深學生對整除性檢定法的認識。

### 結論

總結是次研究的經驗,發覺在數學化觀點的指導下,教學的設計不但能配合學生的能力與經驗,更會讓他們經歷數學衍生的過程,一方面漸進地鞏固概念的掌握,另一方面培養學生以具一般性的數學方法去思考問題。以整除性一課題爲例,從前學生只能著眼於技術上的運用,只要熟背法則便足夠。如今透過具體物操作的輔助,再創造各個整除性檢定法則,使能體驗數學獨特的思考模式。這樣的學習經驗,不但有助學生理解整除性,亦可加深學生對位值、除法意義的認識,能提升學生的數學修養。

# 參考文獻

- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company. (陳昌平、唐瑞芬等譯(1995)。《作爲教育任務的數學》。上海:上海教育出版社。)
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. (劉意竹、楊剛等譯(1999)。《數學教育再探》。上海:上海教育出版 社。)
- Wittmann, E. Ch. (1995). Mathematics education as a 'Design Science'. *Educational Studies in Mathematics* 29(4), pp.355 374. (reprinted in A. Sierpinska, and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity, vol.* 1, 1998, 87 106. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.)
- Wittmann, E. Ch. (2001). Developing mathematics education in a systemic process. *Educational Studies in Mathematics* 48(1), 1-20.
- 文耀光、梁志強、吳銳堅(2000)。《基礎數學引論》。香港:香港教育圖書公司。
- 林秉明、陳卓堅(2002)。《現代數學》4上B冊。香港:現代教育研究社。
- 香港課程發展議會(2000)。《數學課程指引(小一至小六)》。香港:教育署。
- 馮振業(1999)。數學化教學:從夢想到現實。載於黃毅英、黃家鳴(編),《基礎數學教育的優化研討會論文集》,4 46頁。香港:香港中文大學教育學院課程與教學學系。
- 馮振業(2004)。數學化教學:理論、實踐與前膽。載於鄧幹明、黃家樂、李文生、莫雅慈(編),《香港數教育會議 2004 論文集》,78 88 頁。香港:香港數學教育學會。
- 馮振業、王倩婷、葉嘉慧、何妙珍(2000)。《數學化教學 除法》。香港:作者。

# 附件一: 骨架方案流程圖

根據以上的各個考慮,發展出以下的骨架流程圖:

### 定義

向學生清晰地介定整除的定義:可被某數 整除的整數,一定可以該數爲單位分組。

### 2、5和10的整除性

利用十行表,透過觀察,幫助學生綜合出 其整除性。

### 4的整除性

透過十進制積木,向學生展示4的整除檢定法則。

8 的整除性(可讓學生自行發現) 以 4 的整除性之思考過程爲基礎,在十進制積木的協助下,鼓勵學生考慮位值,思考出 8 的整除檢定法。

### 9的整除性

利用十進制積木,按各個位值被 9除後的餘數,進行演化,引導 學生以整除的定義爲基礎,想出 只要各位值上的餘數之和能被 9整除,該數便能被9整除,因 而衍生9的整除檢定法。

3 的整除性(可讓學生自行發現) 以 9 的整除性之思考過程爲基 礎,在十進制積木的協助下,思 考出 3 的整除檢定。

#### 11 的整除性

引導學生留意各位值的除以 11 後,所得餘數的規律,從而想到 其整除性檢定法。

#### 6的整除性

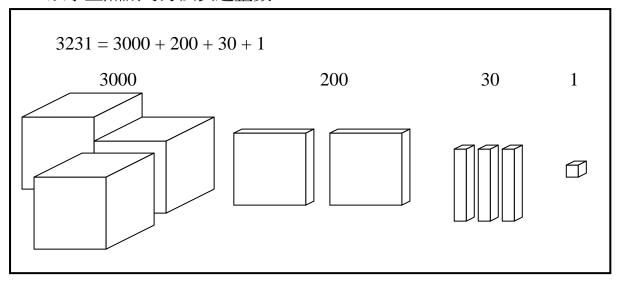
以數粒向學生展示 6 的倍數,同時一定能被 2 和 3 整除,相反地,同時是 2 和 3 的倍數之數值,必定是 6 的倍數。

數學教育第二十期 (6/2005)

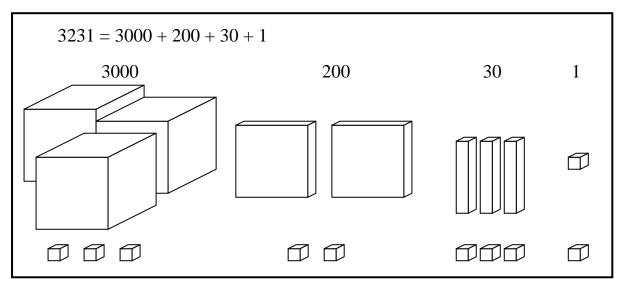
### 附件二:9的整除性

9 的整除性檢定法與 4 和 8 的整除性檢定法雖有分別,但亦能透過十進制積木的操作,將其法則的衍生過程表達出來。以下是詳細的過程:

1. 以學生熟識的方法表達整數

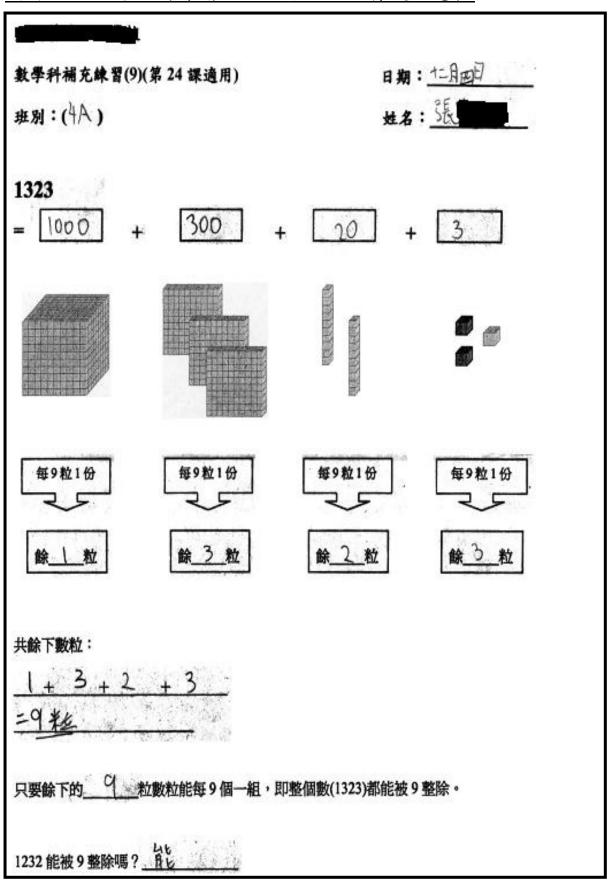


- 2. 引導學生觀察每一個數值,得出各位值(1、10、100、1000...)均不 能被9整除,但卻有一特點:十位、百位、千位...被9除均餘1
- 3. 因而得出 3 個 1000 的十進制積木每 9 粒一數便餘 3 粒, 2 個 100 的十 進制積木每 9 粒一數便餘 2 粒、3 個 10 的十進制積木每 9 粒一數便餘 3 粒、以及餘下個位的數目

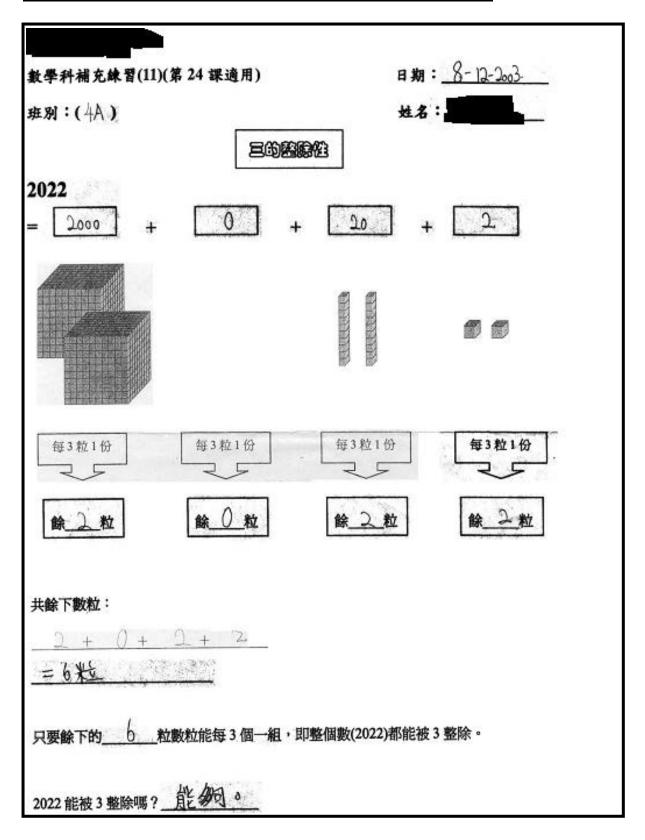


4. 最後得出:餘下的所有數粒的總和(即所檢數各位數字的總和)能被 9整除當且僅當原數便能被9整除,亦即:3+2+3+1能被9整除當 且僅當3231能被9整除。

# 附件三:工作紙(有關9之整除檢定的背後理念)



## 附件四:工作紙(有關3之整除檢定的背後理念)



# 附件五:不同數學能力學生的訪問結果

# 一、高能力學生之問卷

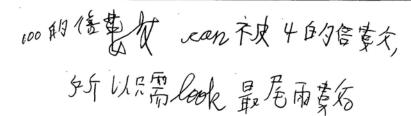
第一頁

有關整除性課題的問卷調查

1 基麼數能被4整除?

军雨數是〇〇或是4的倍數人

- 2. 你能向同學解釋 4 的整除性是如何得出的嗎?
- 3. 你會用甚麼方法解釋(可用文字或用圖畫表達)?



4. 甚麼數能被8整除?

军三英处的个信要女。

- 5. 你能向同學解釋 8 的整除性是如何得出的嗎?
- Yes/No
- 6. 你會用甚麼方法解釋(可用文字或用圖畫表達)?

图1000的信息人群。如序及八整片

7. 甚麼數能被 9 整除?

新存數相力~ cantag整了。

8. 你能向同學解釋 9 的整除性是如何得出的嗎?



第二頁

9. 你會用甚麼方法解釋(可用文字或用圖畫表達)?

2311=2000 1300+10+1 1/1/2 1 300-9 10-9

表達雖欠完整,但足 以顯示對 9 的整除檢 定原理有充分理解。

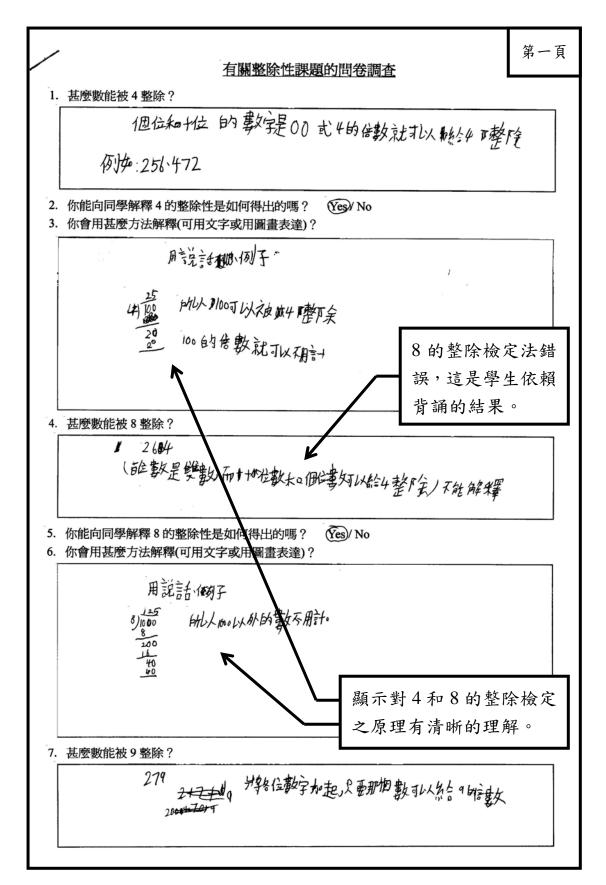
=x....2 =x...... =x...... 1

2+3+1+=7 STIL can't trine

10. 你對整除性一課題有甚麼感想?

an learn somany about 那東 直X能在於其外於了

# 二、中等能力學生之問卷(1)

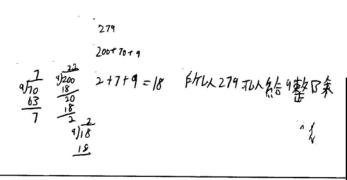


. 你能向同學解釋 9 的整除性是如何得出的嗎?



第二頁

9. 你會用甚麼方法解釋(可用文字或用圖畫表達)?

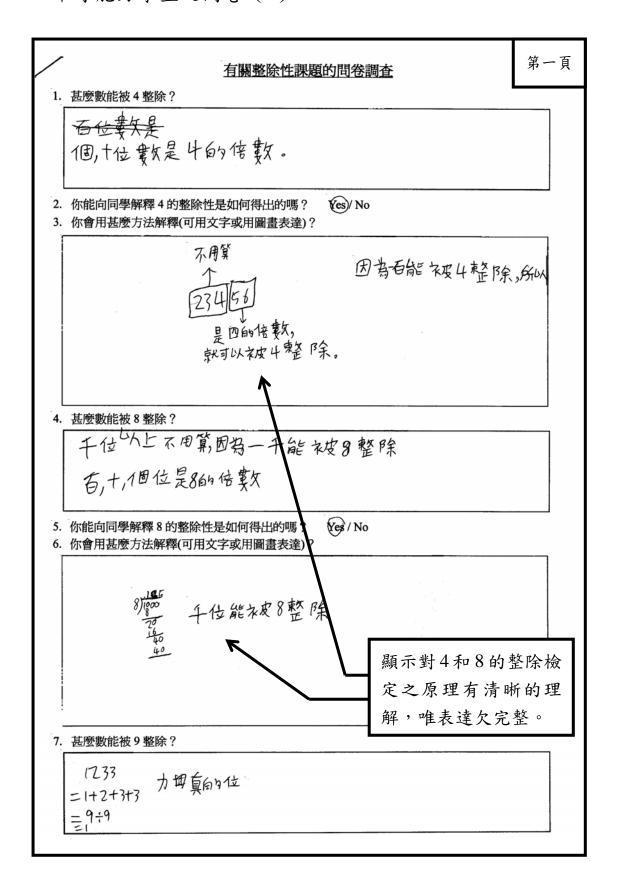


只能演示其檢定 的操作,未能清楚 指出其背後原理。

10. 你對整除性一課題有甚麼感想?

很容易,因為對這個表。就能很快計算

# 二、中等能力學生之問卷(2)



# 三、能力較遜學生之問卷

