

『圓積木』遊戲之研究

黃一仁、陳世耿

台灣中原大學數學系大四學生

前言：

圓積木〈Log Stacker〉共有 14 個配件〈圖一〉，而我們要將 14 根長短不同的圓積木設法全部置入長方體木盒中。我們先以圓積木的直徑為 1 單位，則可以將 14 根長短不同的圓積木分類，且分別用英文字母 A~I 各代表每一種單位的圓積木〈表一〉，而長方體木盒的內容積為 $12 \times 3 \times 2$ 單位〈只能放入長 12 單位、寬 3 單位、高 2 單位的圓積木〉，所以 14 根圓積木中只有 2 單位者可以以橫放、直放、立放三種方式置入長方體木盒，而 3 單位者也可以以橫放、直放二種方式置入木盒中，我們同時定義 2 單位橫放為 A1、直放為 A2、立放為 A3，3 單位橫放為 B1、直放為 B2。



圖一：圓積木實體



圖二：圓積木放置方式

表一：圓積木分類表

長度〈單位〉	2	3	3.5	4	4.5	5.5	6	9	10
個數	1	2	1	2	1	2	3	1	1
代號	A	B	C	D	E	F	G	H	I

分析：

首先我們先分兩種類型討論，〈一〉A 和 B 積木均以 A1 和 B1 方法放置、〈二〉A 或 B 積木以 A2、A3 或 B2 方法放置。

〈一〉A 和 B 積木均以 A1 和 B1 方法放置

若我們需將所有圓積木放入長方體木盒內，則必須將所有配件分配成 6 排 12 單位的長柱體，而配成 12 單位可能的組合如〈表二〉：

表二：A 和 B 積木均以 A1 和 B1 方法放置

可能的組合	剩下的積木
$A1+I$ 、 $B1+H$ 、 $B1+C+F$ 、 $G+G$	G 、 F 、 E 、 $D \times 2$
$A1+D+G$ 、 $B1+H$ 、 $B1+C+F$ 、 $G+G$	I 、 F 、 E 、 D
$A1+E+F$ 、 $B1+H$ 、 $B1+C+F$ 、 $G+G$	I 、 G 、 $D \times 2$ 、
$A1+B1+B1+D$ 、 $G+G$ 、 $C+D+E$	I 、 H 、 G 、 $F \times 2$
$A1+I$ 、 $B1+B1+G$ 、 $G+G$ 、 $C+D+E$	H 、 $F \times 2$ 、 D

如上表所有組合配置成 12 單位皆有剩下積木，故第一種類型不可行。

〈二〉 A 或 B 積木以 A2、A3 或 B2 方法放置。

此外我們再分成三種類型討論：〈二.1〉一個積木直放、〈二.2〉二個積木直放、〈二.3〉三個配件直放。此三種類型中我們主要是討論 A2、A3 及 B2 不同的放置與其它積木關係，所以我們整理出所有積木皆橫放組合關係圖如〈表三〉。

〈二.1〉一個積木直放，又可分為：

〈二.1.1〉 A 積木以 A2 放置

〈二.1.2〉 B 積木以 B2 放置，則 A 積木可能放置的方法

〈二.1.2.a〉 A 積木以 A1 放置

〈二.1.2.b〉 A 積木以 A3 放置

〈二.2〉二個積木直放，又可分為：

〈二.2.1〉 A 積木以 A2 放置、B 積木以 B2 放置

〈二.2.1.a〉 同層

〈二.2.1.b〉 不同層

〈二.2.2〉 2 根 B 積木皆以 B2 放置且

〈二.2.2.a〉 同層，A 積木以 A1 放置

〈二.2.2.b〉同層，A 積木以 A3 放置

〈二.2.2.c〉不同層，A 積木以 A1 放置

〈二.2.2.d〉不同層，A 積木以 A3 放置

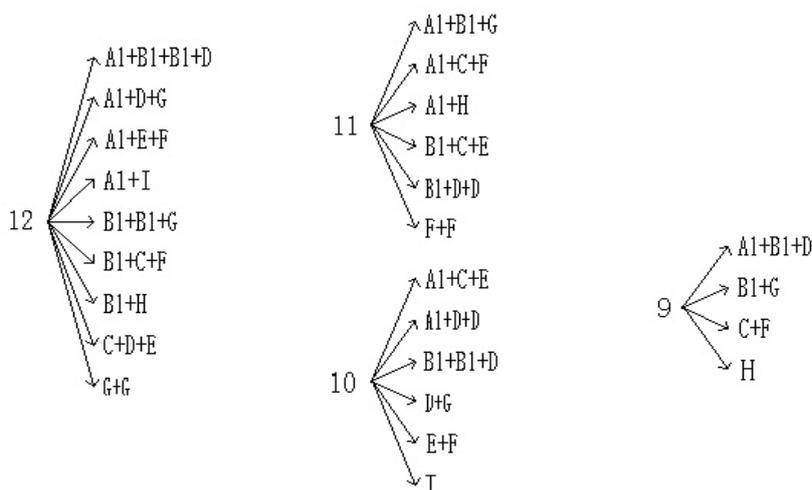
〈二.3〉三個積木直放，又可分為：

〈二.3.1〉三個皆同層

〈二.3.2〉A2 及 B2 同層

〈二.3.3〉兩個 B2 皆同層

表三：所有積木皆橫放組合關係圖



接下來我們就針對上述分類一一做分析，以下我們均先以排數較少之單位討論起：

〈二.1.1〉A 積木以 A2 放置

此外需將其餘 13 個配件分配成 2 排 11 單位，4 排 12 單位的長柱體，可能的組合如〈表四〉：

表四：A 積木以 A2 放置所有組合

	可能組合	剩下的積木
11 單位	B1+C+E、B1+D+D	I、H、G、F×2
12 單位	G+G	
11 單位	B1+C+E、F+F	I、G、D×2
12 單位	B1+H、G+G	
11 單位	B1+D+D、F+F	I、G、E、C
12 單位	B1+H、G+G	

〈二.1.2.a〉 B 積木以 B2 放置，A 積木以 A1 放置，因為 A 積木以 A1 放置，所以我們將它與其他積木一起討論
此外需將其餘 13 個配件分配成 3 排 11 單位，3 排 12 單位的長柱體，可能的組合如〈表五〉：

表五：B 積木以 B2 放置，A 積木以 A1 放置之所有組合

	可能組合	剩下的積木
11 單位	A1+H、B1+C+E 〈或 B1+D+D〉、F+F	I、G、D×2 〈I、G、E、C〉
12 單位	G+G	

由表四及表五可以得知〈二.1.1〉及〈二.1.2.a〉排列方法，皆無法完整將積木放置盒中，故不可行。

〈二.1.2.b〉 B 積木以 B2 放置，A 積木以 A3 放置

此外需將其餘 12 個配件分配成 1 排 10 單位，3 排 11 單位，2 排 12 單位的長柱體。由〈表三〉可知，使用其餘 12 個圓積木要配置成 3 排 11 單位是不可行的。

〈二.2.1.a〉 A 積木以 A2 放置、B 積木以 B2 放置且同層

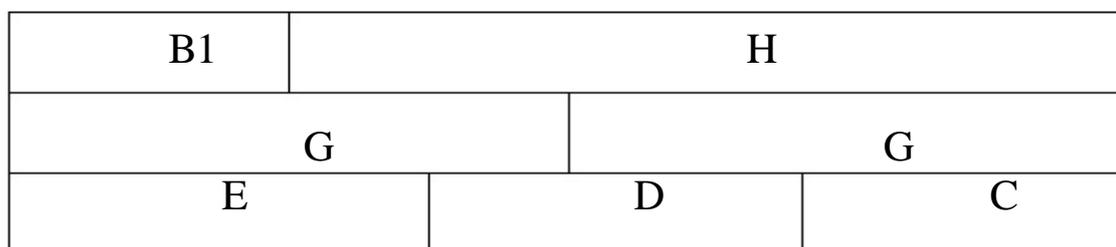
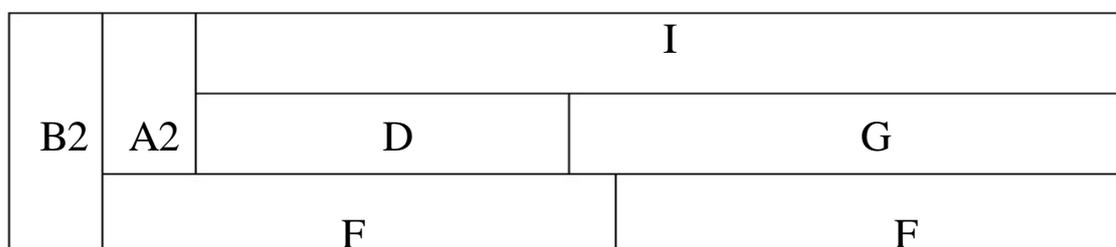
此外需將其餘 12 個配件分配成 2 排 10 單位，1 排 11 單位，3

排 12 單位的長柱體，因為由〈表三〉得知長度為 10 單位的組合較少，所以先討論 10 單位之可能組合如〈表六〉：

表六：A 積木以 A2 放置、B 積木以 B2 放置且同層

	可能組合	剩下的積木
10 單位	D+G、E+F	I、H、D 〈或 I、F、D、C〉
11 單位		
12 單位	B1+C+F 〈或 B1+H〉、G+G	
10 單位	D+G、I	H、F、D×2 〈或完全排入〉
11 單位	B1+C+E、〈或 F+F〉	
12 單位	G+G 〈或 B1+H、C+D+E、G+G〉	

所以 A 積木以 A2 放置、B 積木以 B2 放置且同層為其中一種排法。



圖三：A 積木以 A2 放置、B 積木以 B2 放置且同層排法

〈二.2.1.b〉 A 積木以 A2 放置、B 積木以 B2 放置且不同層

在此需將其餘 12 個配件分配成 5 排 11 單位，1 排 12 單位的長柱體。由〈表三〉可知若不使用 A 積木，以 A1 方法放置要組合成 5 排 11 單位是不可能的，故此種放置方法不可行。

〈二.2.2.a〉 2 根 B 積木皆以 B2 放置且同層，A 積木以 A1 放置
在此需將其餘 12 個配件分配成 3 排 10 單位，3 排 12 單位的長柱體，可能的組合如〈表七〉：

表七：2 根 B 積木皆以 B2 放置且同層，A 積木以 A1 放置

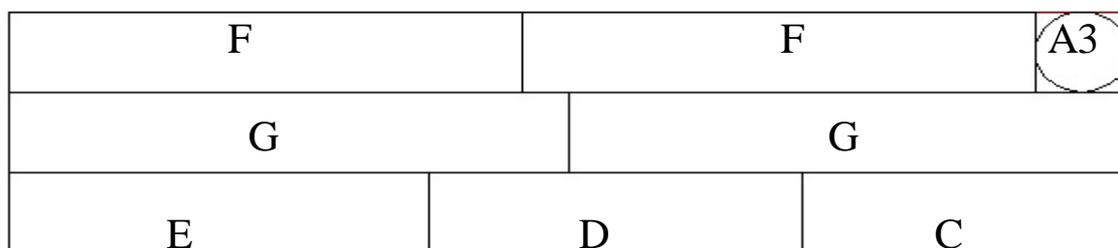
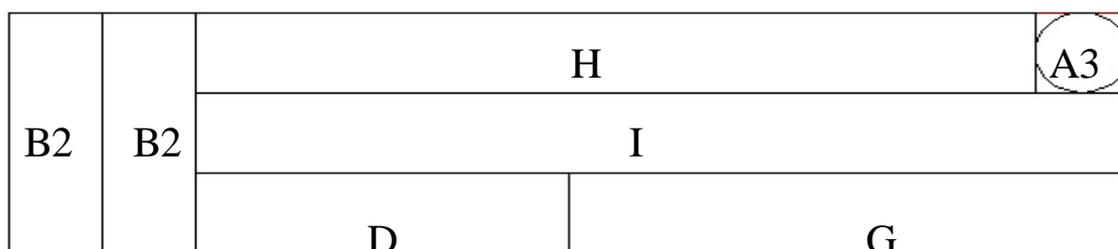
	可能組合	剩下的積木
10 單位	A1+C+E、D+G、I	H、F×2、D
12 單位	G+G	
10 單位	A1+D+D、E+F、I	H、G、F、C
12 單位	G+G	
10 單位	D+G、E+F、I	H、G、F、C
12 單位	A1+D+G	

〈二.2.2.b〉 2 根 B 積木皆以 B2 放置且同層，A 積木以 A3 放置
此外需將其餘 11 個配件分配成 1 排 9 單位，2 排 10 單位，1 排 11 單位，2 排 12 單位的長柱體，可能的組合如〈表八〉：

表八：2 根 B 積木皆以 B2 放置且同層，A 積木以 A3 放置

	可能組合	剩下的積木
11 單位	F+F	
9 單位	H	
10 單位	D+G、I	
12 單位	C+D+E、G+G	

所以 2 根 B 積木皆以 B2 放置且同層，A 積木以 A3 放置也為其中一種排法。



圖四：2 根 B 積木皆以 B2 放置且同層，A 積木以 A3 放置

〈二.2.2.c〉 2 根 B 積木皆以 B2 放置且不同層，A 積木以 A1 放置

此外需將其餘 12 個配件分配成 6 排 11 單位的長柱體，但根據〈表三〉可知 A 積木以 A1 方法放置，B 積木以 B2 方法放置，無法配成 6 排 11 單位的長柱體，故此類型不可行。

〈二.2.2.d〉 2 根 B 積木皆以 B2 放置且不同層，A 積木以 A3 放置

此外需將其餘 11 個配件分配成 2 排 10 單位，4 排 11 單位的長柱體，但根據〈表三〉可知 A 積木以 A3 方法放置，B 積木以 B2 方法放置，無法配成 4 排 11 單位的長柱體，故此類型

不可行。

〈二.3.1〉三個皆同層

在此需將其餘 11 個配件分配成 2 排 9 單位，1 排 10 單位，3 排 12 單位的長柱體。

〈二.3.2〉A2 及 B2 同層

在此需將其餘 11 個配件分配成 2 排 10 單位，4 排 11 單位的長柱體。

〈二.3.3〉兩個 B2 皆同層

在此需將其餘 11 個配件分配成 3 排 10 單位，2 排 11 單位，1 排 12 單位的長柱體。

根據〈表三〉可知在〈二.3.1〉、〈二.3.2〉和〈二.3.3〉三種類型所剩餘的 11 個積木，均無法配置成 3 排 12 單位、4 排 11 單位及 3 排 10 單位，故這三種類型均不可行。

結 論：

此圓積木遊戲經過討論後，得知共有且僅有二種解法〈在不破壞各個積木的前提下〉。此教具雖然所有積木均以橫放置入木盒中是無解的，但適當的排列變化既可解開此教具的謎，並且清楚地表列其解答的型態；撇開即興式的猜測，做邏輯推理的驗證，也成爲我們在這個遊戲中得到的最大收穫。