

『百慕達三角』遊戲之研究

李景傑

加拿大 Alberta 大學資訊系大二學生

黃彥豪

台北市民生國中一年級學生

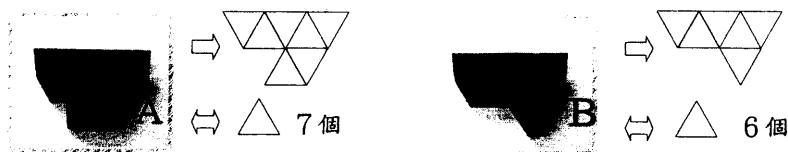
前言

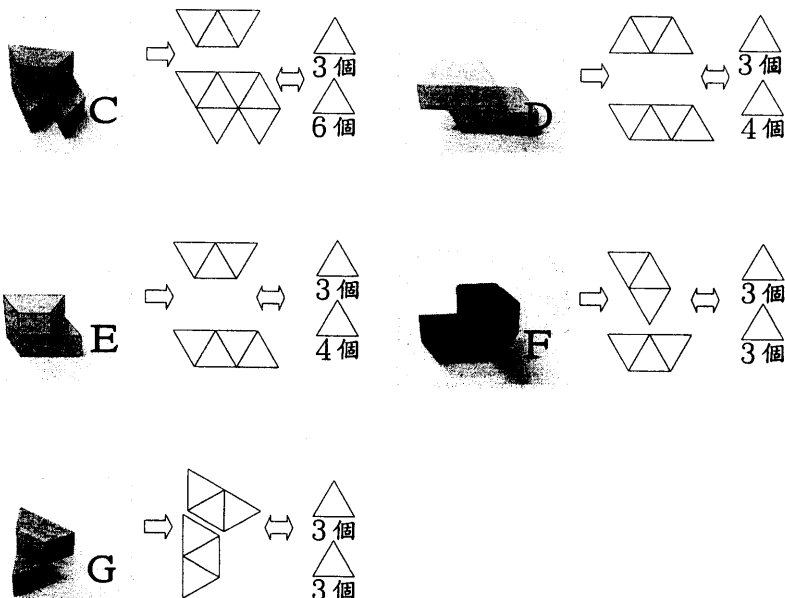
“百慕達三角”（Bermuda Triangle）是位於北美洲東南、北大西洋西部，紐西蘭和西印度群島之間的神祕海域，它呈三角形狀，面積廣達 4 6 萬平方公里，三個頂點分別是百慕達、波多黎各及美國的佛羅里達。歷年來在這海域發生了許多不可思議的事，超過 50 艘船泊、20 架飛機突然不明原因地失蹤，並且未留下任何殘骸的痕跡。哥倫布曾提及航行通過此海域之險惡情境。

這件學具是美國 Bill Cutler 教授設計的，以“百慕達三角”為名，可見其詭異與艱難。

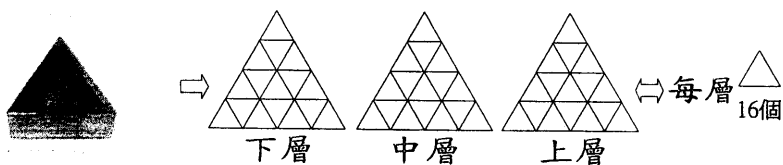
玩法

本學具共有 7 片配件，全部由多個單位正三角形組成，有二片是單層的，其它五片是雙層。我們以一個單位正三角形的面積當作 1，則各配件之構造如下：





三角柱木盒有三層高，每層面積等於 16 個單位正三角形。



因為拼好後，整組翻轉視為結構相同的解答，此時上下層易位，因此，我們不再分辨何者是上層，何者是下層，統稱為外層。

解法 下述網站有動態演示：<http://member.giga.net.tw/hyh1987>

由於這七片配件無法直立放入木盒中，必須是平放，我們可以暫時不考慮高度，只要明確每片配件在三層間的相對位置即可。首先我們從它們面積的關係下手。

各層的組成:

A. 用 3,4,6,7 只有下列 5 種不同的方法組成 16：

- (I) $3+3+3+3+4$
- (II) $3+3+4+6$
- (III) $4+6+6$
- (IV) $3+3+3+7$
- (V) $3+6+7$

因為我們的配件中只有兩片具有 4 單位正三角形，因此方法(I)、(II)、(III)中只能選兩種；只有 1 片具有 7 單位正三角形，因此方法(IV)、(V)只能選一種。

A、B 這兩片只有一層；C、D、E、F、G 各有兩層，其總數有 12 項，無論如何拼湊，中層都會有 5 項。因此中間層必須是 $3+3+3+3+4$ 。 $3+3+4+6$ 不可以和 $3+3+3+7$ 搭配在一起(三單位的項數不夠)； $4+6+6$ 不可以和 $3+6+7$ 搭配在一起(六單位的項數不夠)，所以只有下列可能之組合：

組合 1：

(III)：4+6+6 (外層)

(I)：3+3+3+3+4 (中層)

(IV)：3+3+3+7 (外層)

組合 2：

(V)：3+6+7 (外層)

(I)：3+3+3+3+4 (中層)

(II)：3+3+4+6 (外層)

由於 A、B 之總面積只佔 13，無法構成一層，因此，C、D、E、F、G 這五片無法全部在同二層中，它必須分別散居三層間。現在我們分別檢驗上述二種情況：

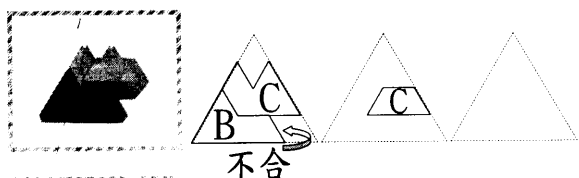
組合 1： 4+6+6

3+3+3+7

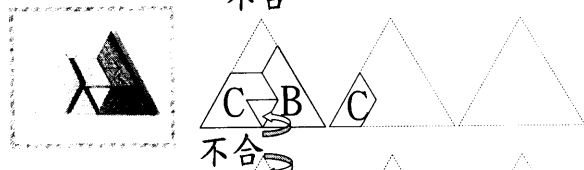
3+3+3+3+4

我們先從較簡單的 4+6+6 這一層開始：拼合 B 和 C 這兩片使之能置入木盒的方法有下圖所示的四種方法，其中 <1-1>、<1-2> 和 <1-3> 都無法讓 E 或 D 填入，只有 <1-4> 留下 4 個單位的完整的空間，可以繼續填入 E 或 D。

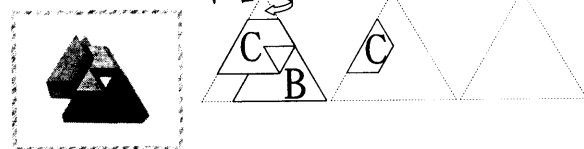
<1-1>



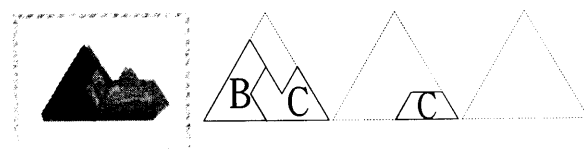
<1-2>



<1-3>

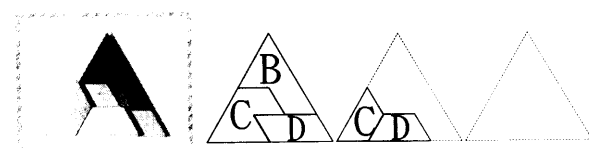


<1-4>

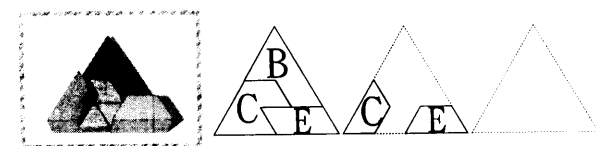


剩下 4 單位的空白，有二種可能的方法填入，加入 D 或 E：

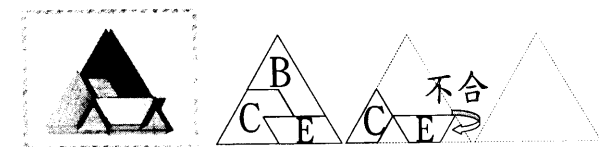
<1-4-1>



<1-4-2>

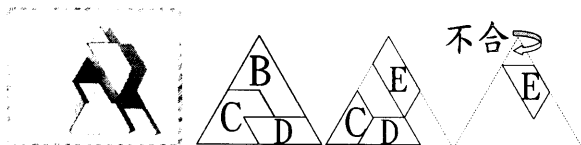


<1-4-3>

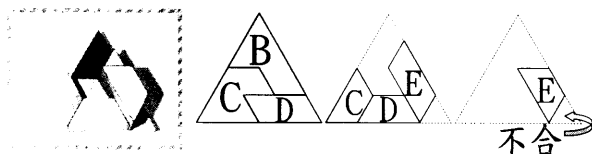


無論是情形<1-4-1>或<1-4-2>，在第二層上加入另一片包含有 4 單位者。

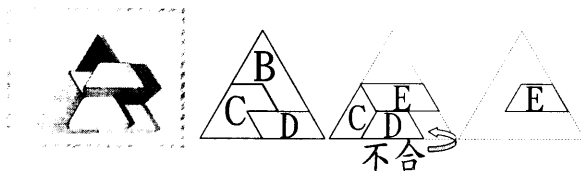
<1-4-1-1>



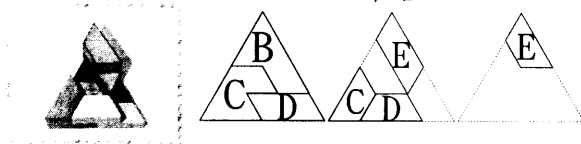
<1-4-1-2>



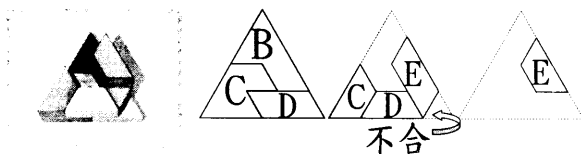
<1-4-1-3>



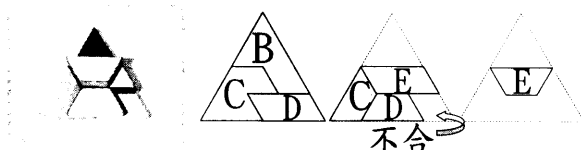
<1-4-1-4>



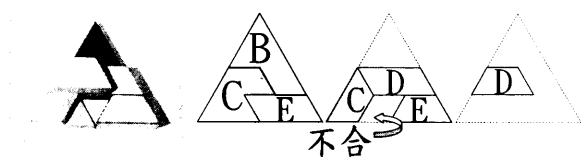
<1-4-1-5>



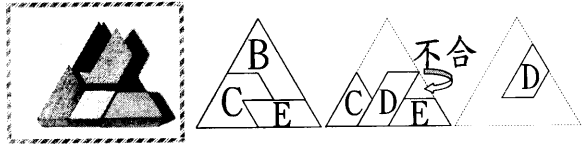
<1-4-1-6>



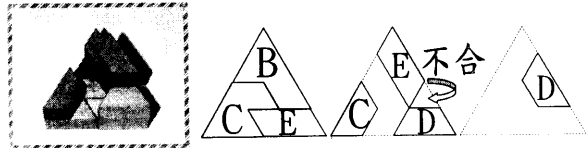
<1-4-2-1>



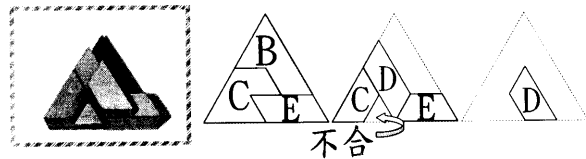
<1-4-2-2>



<1-4-2-3>

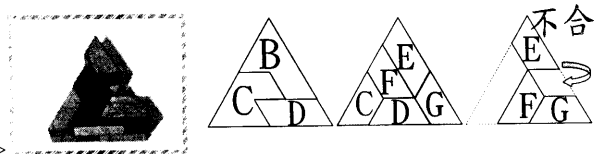


<1-4-2-4>



在(1-4-1)的情形，有六個位置可以加入 E，即圖(1-4-1-1)、(1-4-1-2)、(1-4-1-3)、(1-4-1-4)、(1-4-1-5)、(1-4-1-6)；其中只有(1-4-1-4)可以再加入 F 和 G (1-4-1-4-1)，最後也沒有辦法放入 A 了。在(1-4-2)的情形，也有四個位置可加入 D，即圖(1-4-2-1)、(1-4-2-2)、(1-4-2-3)、(1-4-2-4)，但這四種方法都會留下一個單位或二個單位的空間，使後續無論如何放置都無法完成。

<1-4-1-4-1>



所以由組合 1 無法得出任何解答。

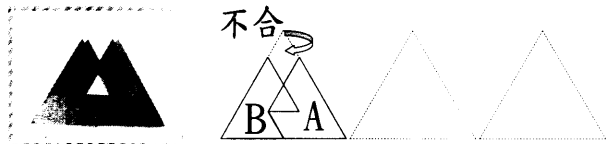
組合 2： 3+6+7 3+3+3+3+4 3+3+4+6

我們先從 3+6+7 這一層開始：

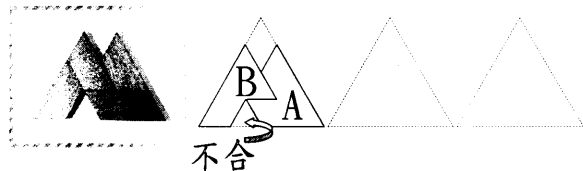
6+7 有二種組合，就是 AB 或 AC。AB 又分為三種方式，其中(2-1)與(2-2)都留下二處 1 單位的空間，使後續無論如何放置都無法完成。AC 也

分成二種方式，其中(2-4)留下一處 1 單位空間，另一處 2 單位的空間，也使後續無論如何放置都無法完成。因此，只有(2-3)及(2-5)可以組成 $3+6+7$ 。

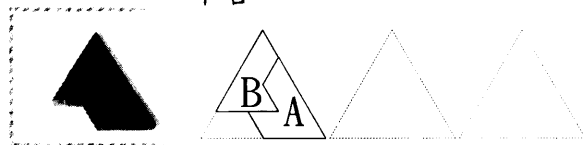
< 2-1 >



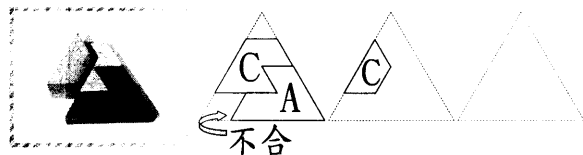
< 2-2 >



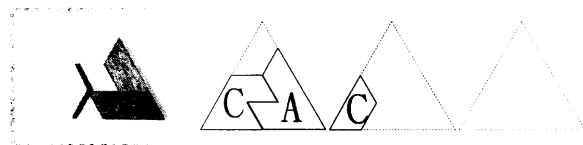
< 2-3 >



< 2-4 >

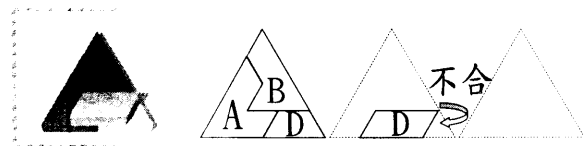


< 2-5 >

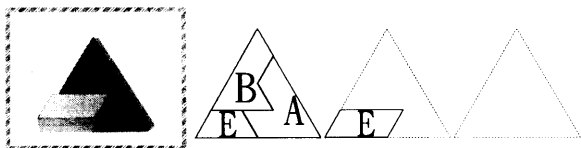


以下先看(2-3)，有下圖 5 種繼續拼合的情形(2-3-1 & 2-3-3 & 2-3-5 為 2-3 之翻轉)：

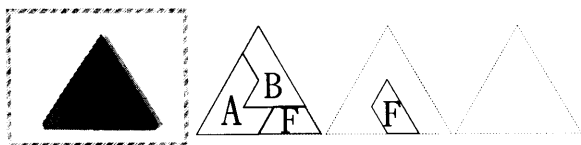
< 2-3-1 >



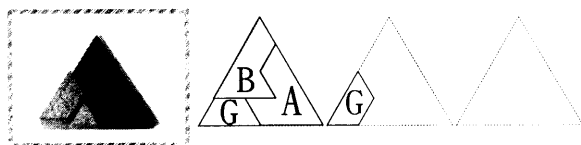
<2-3-2>



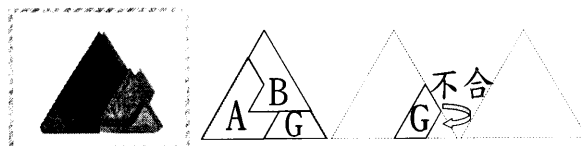
<2-3-3>



<2-3-4>

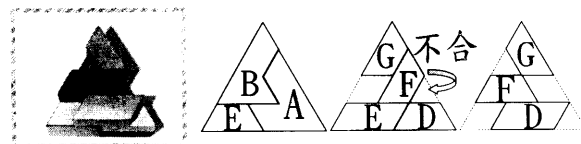


<2-3-5>

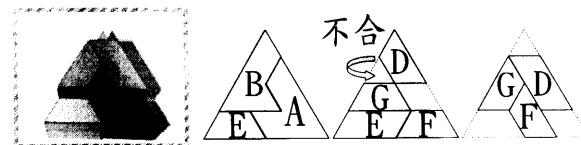


(2-3-1)與(2-3-5)留下1單位空間，無法完成。(2-3-2)的情形下，無論中層E旁邊如何配置D、F、G，均無法再放入C繼續拼合完成。

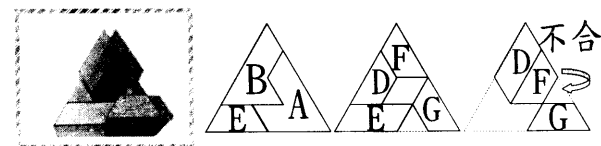
<2-3-2-1>



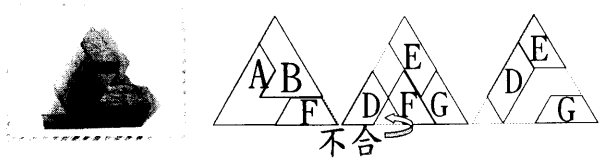
<2-3-2-2>



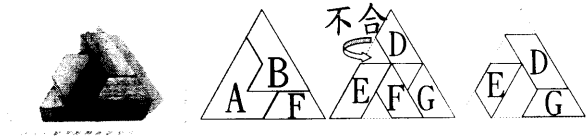
<2-3-2-3>



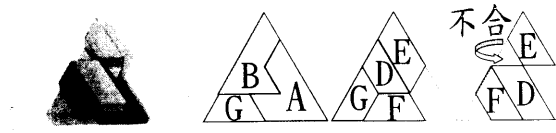
<2-3-3-1>



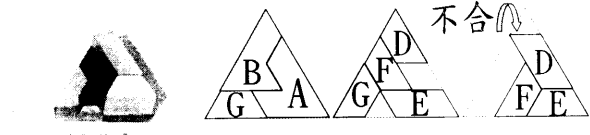
<2-3-3-2>



<2-3-4-1>



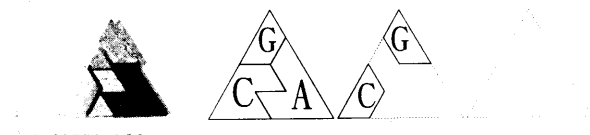
<2-3-4-2>



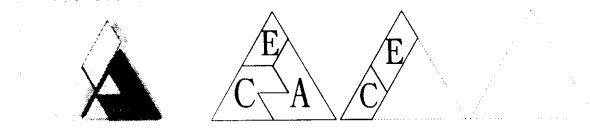
(2-3-3)與(2-3-4)的情形下，C 也無法置放於最上層。因此，以上各種拼合方式都無法完成。

再考慮(2-5)的情形：它也只能再加上 G 和 E 兩種情形：

<2-5-1>

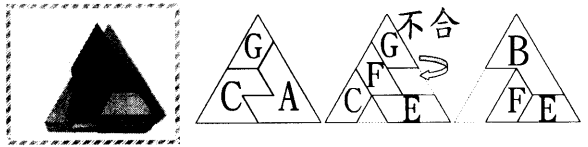


<2-5-2>

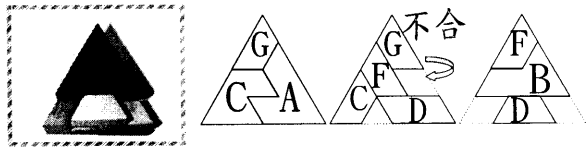


在(2-5-1)的情形下，E、F 和 G 最多只能置入二片，再加入 B 也無法拼合完成。

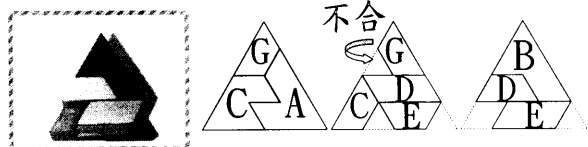
< 2-5-1-1 >



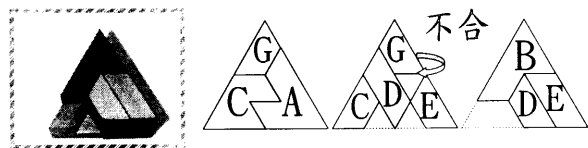
< 2-5-1-2 >



< 2-5-1-3 >

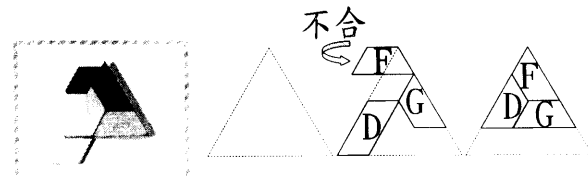


< 2-5-1-4 >

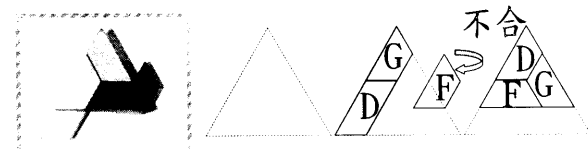


(2-5-2)是最後的一種情形，在中間層留下了 9 單位的正三角形空間，剩餘的 D、F、G 有以下三種拼成正三角形的方法：(3-1)、(3-2)無法使 B 再加入拼合，(3-3)是唯一的一種可以使 B 拼入的組合情形，拼入 B 後就成為(3-3-1)。

< 3-1 >



< 3-2 >



<3-3>

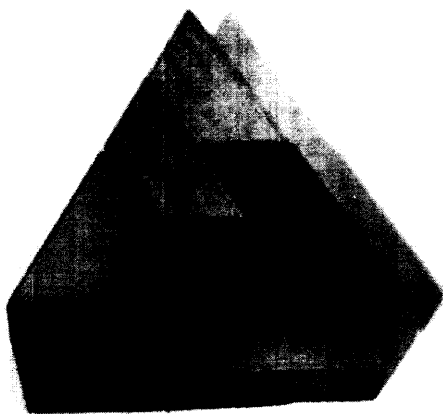


<3-3-1>



接著將(3-3-1)翻轉，再與(2-5-2)拼合，所得到的結果就是置入正三角形木盒的唯一解。

<“百慕達三角”解答>

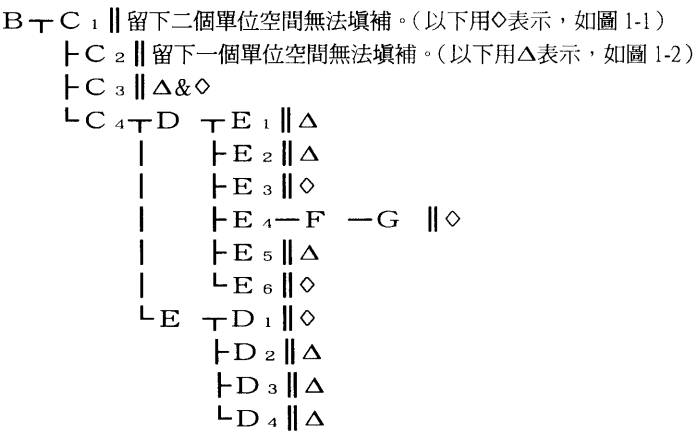


如果沒有運用數學方法分析而盲目地嘗試，將會浪費很多時間。運氣好碰巧完成了，再把它弄亂了，又無法再很快地完成了！

我們把解題過程簡要地用以下的樹狀圖表示之：

第一種組合： $(4 + 6 + 6) \& (3 + 3 + 3 + 7) \& (3 + 3 + 3 + 3 + 4)$

由 $(4+6+6)$ 這層開始



第二種組合：(3+6+7)&(3+3+3+3+4)&(3+3+4+6)

由(3+6+7)這層開始

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{l}
 \vdash A \neg B_1 \parallel \Delta \\
 \vdash B_2 \parallel \Delta \\
 \vdash B_3 \neg D \parallel \Delta \\
 \begin{array}{l}
 | \vdash E_1 \neg D_1 \parallel \Delta \\
 | \vdash D_2 \parallel \Delta \\
 | \vdash D_3 \neg F \neg G \parallel \Delta \\
 | \vdash F \neg C_1 \neg G \neg D \parallel \Delta \\
 | \vdash \vdash E \parallel \Delta \\
 | \vdash C_2 \neg E \neg D \parallel \Delta \\
 | \vdash G \parallel \Delta \\
 | \vdash G_2 \neg C \neg D \neg E \parallel \Delta \\
 | \vdash G \parallel \Delta
 \end{array} \\
 \vdash C_1 \parallel \Delta \\
 \vdash C_2 \neg G \neg D \parallel \Delta \text{或} \Diamond \\
 \begin{array}{l}
 | \vdash E \parallel \Delta \text{或} \Diamond \\
 | \vdash F \neg E_1 \parallel \Delta \\
 | E \vdash E_2 \neg D \parallel \Delta \\
 \vdash E \neg D_1 \neg F \neg B \parallel \Delta \\
 \vdash D_3 \neg G \neg F \neg B \square \text{解答!}
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$