



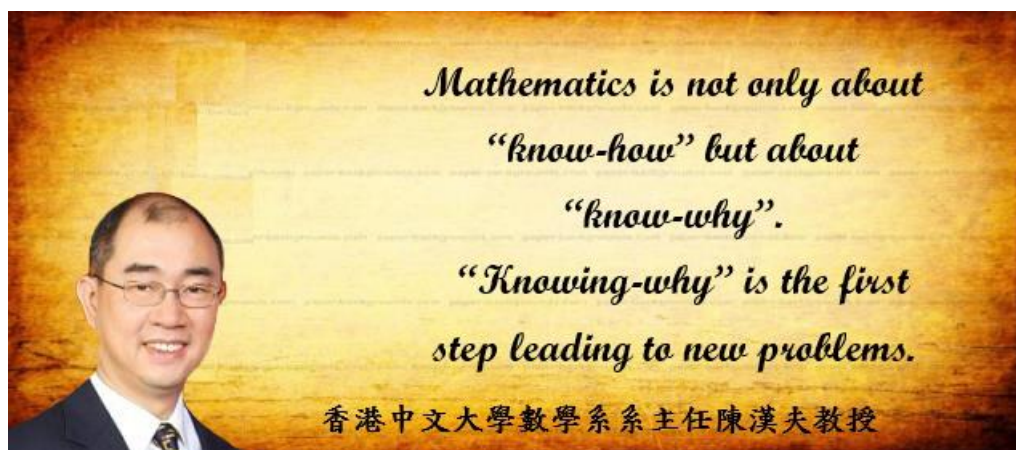
香港數學教育學會

SINCE 1995

Hong Kong Association for Mathematics Education

《會員通訊》

2018 第一期



Mathematics is not only about

“know-how” but about

“know-why”.

“Knowing-why” is the first

step leading to new problems.

香港中文大學數學系系主任陳漢夫教授

2018 年度週年會員大會及執行委員會報告

2017 年度第二十二屆「週年會員大會」於 2018 年 1 月 27 日（星期六）順利完成，共有 26 位會員出席。會議紀錄已於 2018 年 3 月 15 日電郵給各會員（見附件一）。新一屆執行委員會亦在沒有反對下順利產生。經執行委員會內部協商，職位分配如右：

2018 年度執行委員會

會長：黃家樂（香港大學教育學院）
外務副會長：李玉潔（瑪利諾修院學校(小學部)）
內務副會長：潘維凱（聖保羅書院）
秘書：郭嘉欣（胡素貞博士紀念學校）
財政：丘琮媛（香港大學教育學院）
執行委員：王嘉慧（聖若瑟小學）
王德培（聖士提反堂中學）
郭思齊（香港浸會大學）
麥建偉（張祝珊英文中學）
楊鳳興（香港真光中學）



左起：王嘉慧、麥建偉、楊鳳興、王德培、丘琮媛、潘維凱、郭思齊、黃家樂、郭嘉欣、李玉潔



週年會員大會暨數學教育講座

第二屆蕭文強教授數學教師優秀論文獎

評審委員會

主席：黃家樂
統籌：鄧國俊
成員：文潔碧 (天水圍循道衛理小學)
李文生 (香港大學)
梁玉麟 (香港浸會大學)
張慧珊 (香港真光中學)
馮振業 (香港教育大學)
黃毅英 (退休數學教育工作者)
排名按筆劃序

獲獎名單 (經驗教師組)

Eugene Sze (Po Leung Kuk Choi Kai Yau School)

Topic : Mathematics Textbook Analysis — A
Snapshot of Textbooks in Two Different
Curricula

論文載於《數學教育》第三十九期。

Yick Doi Pei, Li Lun Mei Susanna and

Ngai Man Hon (Methodist College)

Topic : Developing Dialogic Mathematics Lessons
in Junior Secondary Classes

論文載於《香港數學教育會議 2017 論文集》。



鄭佩琪 (聖公會德田李兆強小學)

題目：小一・模型・起跑線

論文載於《香港數學教育會議 2017 論文集》。



盧頌鈞 (宣道會陳朱素華紀念中學)

題目：以概念圖強化翻轉學習：課後補底教學的實踐與反思

論文載於《香港數學教育會議 2017 論文集》。



活動報告



STEM 教育系列（二）從數學教育看 STEM 教育

不經不覺於 2018 年 1 月 27 日（星期六）在香港浸會大學舉行的 STEM 講座已是 STEM 教育系列（二）之從數學教育看 STEM 教育的最後一講。講座題目為「STEM 在學校的推行—數學老師的角色」。本會邀請了三位來自不同背景的資深前線教育工作者，分別是梁健儀女士（香港大學教育學院）、葉碧君老師（順德聯誼總會李金小學）及潘維凱老師（聖保羅書院），分享他們如何探索數學科於校內 STEM 發展的定位，和數學老師在其中可發揮的角色。當天反應十分踴躍，共有 65 人出席。

潘維凱老師

本學年聖保羅書院與教育局中學校本課程發展組共同協作籌劃「中一級多項數學建模的課堂活動」。潘維凱老師在講座中分享如何籌備整個課堂活動，及過程中所遇到的困難。其中一些課堂活動的例子包括如何透過摺紙盒來學習計算長方體體積及求出最大值，讓與會者獲益良多。

葉碧君老師

葉碧君老師任教的順德聯誼總會李金小學，將有共同目標、信念的數學科教師組織起來，成立校內與校外數學科學習圈的傳統。他們透過協作交流、實踐、進修、分享及反思，強化個人專業知識和能力，並透過與同儕分享學習圈成果，營造分享與協作文化，從而提升教師專業水平和加強學習成效。這次她在講座上分享如何以校本課程發展與老師專業發展並重的模式，來面對 STEM 這個強調跨越學科界限和科組合作的課程所帶來的挑戰。

梁健儀女士

身兼科學與數學老師身分的梁健儀女士把她如何在課堂中設計 STEM 活動的教學經驗與大家分享，並展示她的學生如何在這些活動中結合科學與數學知識來解決問題。這些經驗讓她更能掌握科學和數學在 STEM 裏所扮演的角色。



左起：潘維凱、黃家樂、葉碧君、梁健儀

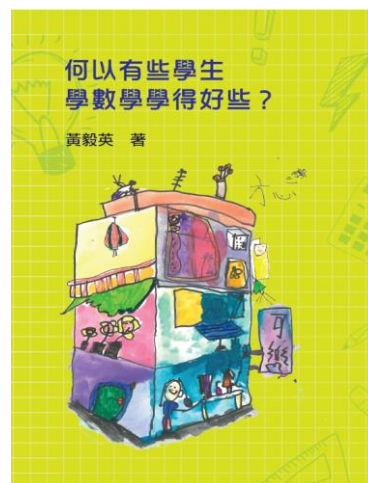
活動預告

《何以有些學生學數學學得好些？》

新書發佈會 暨 講座論壇

從個人反思到業界專業反思

- 日期：2018 年 4 月 14 日 (星期六)
時間：2:30 pm – 4:30 pm
地點：香港浸會大學教學及行政大樓 AAB609 室
講者：黃毅英 退休數學教育工作者
曾永康 潮州會館中學校長
主持：鄧國俊 香港浸會大學教育學系特邀副教授
對象：在職或職前中、小學數學教師及其他有興趣人士



內容摘要

「何以有些學生學數學學得好些？」恐怕是每位數學教育工作者都有過的反思。本會創會會長黃毅英教授把思考對這個問題的心路歷程再加上 20 件真人真事寫成小書，並藉着這個新書發佈會分享他對「學養教師」、教育「新語」（如 S.T.E.M.）及「功夫在數外」的感悟和看法，當中更邀得 20 個故事的其中一位主角曾永康博士同場分享他對數學教育獨到的觀點，並由鄧國俊博士總結。歡迎各位同工參與這奇妙的心路歷程分享。（詳情見附件二）

報名方法

香港數學教育學會 2018 年度會員請到學會網頁報名，費用全免。
非會員每位港幣 50 元。請填妥附件二的報名表，連同劃線支票，抬頭「香港數學教育學會」，寄回「香港郵政總局郵政信箱 6139 號」收。名額有限，會員優先。

會員可於會上免費領取新書乙本，非會員可以優惠價購買。

荷蘭數學教育家漢斯·弗賴登塔爾 (Hans Freudenthal) 於上世紀對「數學化」(Mathematising) 過程作出深入的詮釋，他認為學數學就是要經歷數學化過程。

數學化教學自1998年在香港推行，集結了一批以此為奮鬥目標的數學教師，透過分析數學內容，仔細地組織和改良教學設計，期望提高學生的數學學習品質。今年是數學化教學二十週年，數學化教學團隊誠邀各界一起分享工作成果，及弗萊登塔爾的智慧。



再讀弗賴登塔爾 重溫數學化



內容摘要

26th May 09:30-12:30
地點：北角官立小學

1 數學化與再創造
講者：劉秀惠 上水惠州公立學校

3 思維實驗與教學發展：分數乘除
講者：鍾保珠 聖公會聖約翰小學

2 思維實驗與教學發展：角與方向
講者：張希文 博愛醫院歷屆總理聯誼會鄭任安夫人學校

4 課程、課本與教師
講者：吳丹 北角官立小學

2nd June 09:30-12:30
地點：福榮街官立小學

5 數學內容與現象
講者：汪滌塵 香港教育大學博士候選人

7 思維實驗與教學發展：長方體展開圖
講者：黃美真 中華基督教會基法小學（油塘）

6 思維實驗與教學發展：容量
講者：馮仲頤 英華小學

8 建立數學態度的策略
講者：陳麗萍 英華小學

9th June 09:30-12:30
地點：香港浸會大學

9 觀察學習過程與教師發展
講者：周惠英 聖公會蒙恩小學

11 紙筆測考的「能」與「不能」
講者：葉嘉慧 圓方學苑

10 思維實驗與教學發展：速率與行程圖
講者：張曉恩 聖保羅男女中學附屬小學

12 弗賴登塔爾的身教：正面行動始於批評
講者：馮振業 香港教育大學數學與資訊科技學系

報名方法：

整個系列共三場講座，各四個講題。香港數學教育學會 2018 年度會員請到學會網頁報名，費用全免。非會員參加其中一場講座報名費為 50 元，兩場或以上為 100 元。請填妥附件三的報名表，連同劃線支票，抬頭「香港數學教育學會」，寄回「香港郵政總局郵政信箱 6139 號」收。

《再讀弗賴登塔爾，重溫數學化》

數學化教學二十週年講座系列 (一)

荷蘭數學教育家漢斯·弗賴登塔爾 (Hans Freudenthal) 於上世紀對「數學化」(Mathematising) 過程作出深入的詮釋，他認為學數學就是要經歷數學化過程。數學化教學自 1998 年在香港推行，集結了一批以此為奮鬥目標的數學教師，透過分析數學內容，仔細地組織和改良教學設計，期望提高學生的數學學習品質。今年是數學化教學二十週年，數學化教學團隊誠邀各界一起分享工作成果，及弗賴登塔爾的智慧。

時間：2018 年 5 月 26 日 (星期六) 9:30 am – 12:30 pm

地點：北角官立小學

<p>講座 1</p> <p><u>數學化與再創造</u></p> <p>講者：劉秀惠 上水惠州公立學校</p> <p>內容摘要 弗賴登塔爾提出以數學化觀點組織數學的學習及其教學。簡略而言，數學化就是數學產物由無到有，由粗疏變精密的過程。學數學，就是參與數學產物「再創造」(re-invention) 的過程。現今資訊發達，學生已不需如前人般經歷「艱巨」的數學產物創造過程。那麼，在課堂內教師應該如何製訂適切的學習軌道，讓學生經歷再創造的過程？這一講透過實踐示例，說明如何建構和管理數學化過程，以達到讓學生再創造數學知識的目的。</p>	<p>講座 3</p> <p><u>思維實驗與教學發展：分數乘除</u></p> <p>講者：鍾保珠 聖公會聖約翰小學</p> <p>內容摘要 分數乘除是舉世公認的學習難點，要令學生學好，必須認真設計教學過程。弗賴登塔爾建議藉着思維實驗，幫助構思教學。這一講報告最近進行的分數乘除教學重組，如何從整數的乘法和除法，推廣至分數的乘法和除法。透過思維實驗，把預測學生的反應，跟課堂觀察作出比較，可找到修繕設計的方向，改良教學過程。</p>
<p>講座 2</p> <p><u>思維實驗與教學發展：角與方向</u></p> <p>講者：張希文 博愛醫院歷屆總理聯誼會鄭任安夫人學校</p> <p>內容摘要 看似簡單的「角」與「方向」，對二年級學生卻是抽象無比。在比較角的大小時，不少學生會誤以為角的兩臂或標示的弧線越長，角會越大；在談方向時，也有學生弄不清是否等同指向一樣東西。既然兩個課題均與「射線」這個課程沒有的概念相關，不妨考慮集中處理：藉強化方向的學習打好兩個課題的基礎。這一講介紹一個重組方案，透過方向引入角，並報告實踐結果。</p>	<p>講座 4</p> <p><u>課程、課本與教師</u></p> <p>講者：吳丹 北角官立小學</p> <p>內容摘要 過去幾年，我在自己任教的學校推動了一些教學發展工作。發現有些認真的教師，也會因為不掌握教學內容而無法提升教學效能。弗賴登塔爾認為：不通曉教學內容的人，根本沒有能力分析教學目的。因此，他的工作目標，是提供內容和教學互相貫穿的教師訓練課程。然而，要找到合適的參考讀物十分困難，而且一般教師只有時間看教材。幸好，我的學校選用了數學化教學專用課本，令教學發展工作多了助力。這一講分享我的校本教學發展工作，如何在課本帶動之下進行。</p>

《再讀弗賴登塔爾，重溫數學化》

數學化教學二十週年講座系列 (二)

荷蘭數學教育家漢斯·弗賴登塔爾 (Hans Freudenthal) 於上世紀對「數學化」(Mathematising)過程作出深入的詮釋，他認為學數學就是要經歷數學化過程。數學化教學自 1998 年在香港推行，集結了一批以此為奮鬥目標的數學教師，透過分析數學內容，仔細地組織和改良教學設計，期望提高學生的數學學習品質。今年是數學化教學二十週年，數學化教學團隊誠邀各界一起分享工作成果，及弗賴登塔爾的智慧。

時間：2018 年 6 月 2 日〔星期六〕 9:30 am – 12:30 pm

地點：福榮街官立小學

<p>講座 5</p> <p>數學內容與現象</p> <p>講者：汪滌塵 香港教育大學博士候選人</p> <p>內容摘要 數學源於生活，每一個數學內容（概念、知識結構等）在現實生活中都擁有其對應的數學現象。弗賴登塔爾認為這些數學現象是學生數學學習的啟動點：透過對現象的觀察、分析及整理，再創造數學內容。這一講將透過不同的課題，揭示數學內容與現象的聯繫在數學教學中的重要性。</p>	<p>講座 7</p> <p>思維實驗與教學發展：長方體展開圖</p> <p>講者：黃美真 中華基督教會基法小學（油塘）</p> <p>內容摘要 只要有變革的需要，思維實驗就會發生。弗賴登塔爾指出教師可以藉著一種思維實驗的手段發展數學教育。思維實驗有助培養設計者（教師）對學生的觸覺，提高其教學執行能力和分析能力。講者將以長方體展開圖教學設計為例，介紹設計從誕生、受阻、改良、到最後步入成熟所經歷的思維實驗過程，為教師們著手自行設計教學提供參考。從正方體展開圖延伸到長方體展開圖探究，是讓學生嘗試用動態的眼光看待平面和立體圖形，透過動腦猜想和動手操作的反覆驗證，令學生的空間想像力和思維品質培育得以大大提升。</p>
<p>講座 6</p> <p>思維實驗與教學發展：容量</p> <p>講者：馮仲頤 英華小學</p> <p>內容摘要 「容量」課題最常見的教學布局，是先介紹容器，再以「容器能盛載多少液體」作為「容器容量」的定義。然而，生活示例說的大多並非容器的容量，而是液體有多少。有見及此，一個較合理的知識產生過程，也就是較數學化的過程，應該是先學習「描述液體有多少」，最後才由此引申「容器容量」的定義。這一講介紹按此想法得出的教學設計，及報告實踐結果。</p>	<p>講座 8</p> <p>建立數學態度的策略</p> <p>講者：陳麗萍 英華小學</p> <p>內容摘要 要學生學好數學，建立良好學習數學的態度非常重要，作為老師是責無旁貸的。然而，在緊迫的課時下，如何在教授知識的同時，做到訓練學生精確地運用數學工具、嚴格地執行數學檢定方法、適當地運用估算或近似值來掌握問題的精確度、循序漸進地深化數學語言的運用，最後更能自我反思檢視結果的合理性呢？這一講希望透過實例，說明一些可行的方法。</p>

《再讀弗賴登塔爾，重溫數學化》

數學化教學二十週年講座系列 (三)

荷蘭數學教育家漢斯·弗賴登塔爾 (Hans Freudenthal) 於上世紀對「數學化」(Mathematising) 過程作出深入的詮釋，他認為學數學就是要經歷數學化過程。數學化教學自 1998 年在香港推行，集結了一批以此為奮鬥目標的數學教師，透過分析數學內容，仔細地組織和改良教學設計，期望提高學生的數學學習品質。今年是數學化教學二十週年，數學化教學團隊誠邀各界一起分享工作成果，及弗賴登塔爾的智慧。

時間：2018 年 6 月 9 日〔星期六〕9:30 am – 12:30 pm

地點：香港浸會大學教學及行政大樓 AAB205

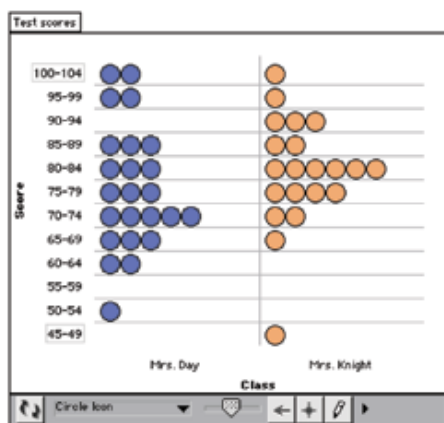
<p>講座 9</p> <p><u>觀察學習過程與教師發展</u></p> <p>講者：周惠英 聖公會蒙恩小學</p> <p>內容摘要 弗賴登塔爾指出，課室才是老師學習教學的地方，說明老師在觀察學生學習的同時，自己也在學習。透過觀察學生的一言一行，每個情緒反應變化，老師都能獲得教學提示，從而調整教學。這一講將以實例展示用心觀察的老師，如何能自我提升，並越來越享受在課堂上與學生互動的樂趣。</p>	<p>講座 11</p> <p><u>紙筆測考的「能」與「不能」</u></p> <p>講者：葉嘉慧 圓方學苑</p> <p>內容摘要 紙筆測考是考核學生最簡便的模式，評核者根據學生在答卷上寫下的東西打個分數，藉以反映學生數學能力的高低。然而，學生還有很多數學能力，不容易透過紙筆測考展現。正如弗賴登塔爾指出，當人們接受教授一門學問即是教授一個考試科目，教學內容就變成只有最容易考核的東西了。這一講會以實例，剖析學生解答數學問題時，有哪些數學能力或思維方式是既重要，卻又不能從答卷上寫下的東西呈現出來的。</p>
<p>講座 10</p> <p><u>思維實驗與教學發展：速率與行程圖</u></p> <p>講者：張曉恩 聖保羅男女中學附屬小學</p> <p>內容摘要 速率與行程圖的教學，一般都是先教速率，後教行程圖。由於速率的理解，必須建基於距離和時間，而行程圖剛好可以具體地呈現兩者的關係，先教行程圖，再從中引出速率，應該值得探討。這一講報告最近的試驗，可以看到其中對 STEM 教育的啟發。</p>	<p>講座 12</p> <p><u>弗賴登塔爾的身教：正面行動始於批評</u></p> <p>講者：馮振業 香港教育大學數學與資訊科技學系</p> <p>內容摘要 弗賴登塔爾是數學化觀點的倡導者，自然是數學化教學的啟蒙人。他以思路清晰，批評尖銳聞名於世。然而，他更值得敬仰的一面，卻是坐言起行，邊說邊做，甚至明知不可為而為之的情操。這一講分享這位一代宗師的片言隻語、點滴故事，重溫他的知行合一，身教言傳。</p>

教學手記

TinkerPlots 動態數據處理教學軟件簡介

鄧國俊 (香港浸會大學)

還記得 2004 年 12 月中，黃家樂、李文生和我一起參加第九屆 Asian Technology Conference in Mathematics (ATCM 2004) 研討會，剛巧碰上教學軟件的發行商 Key Curriculum Press 舉辦 TinkerPlots 發佈會，由於我們三人對資訊科技應用 (Wong, Tang & Lee, 2005)、動態幾何軟件 (Lee, Wong & Tang, 2004; Wong, Lee & Tang, 2005) 及統計教學 (Tang & Wong, 2002; Wong & Tang, 2000) 都甚感興趣，故便一同出席。



圖片來源：TinkerPlots 網頁

TinkerPlots 的研發原來早於 1999 年便展開，並得到美國國家科學基金會全力贊助，2004 年才正式在全球不同地區場合發佈，我們三人可以說是適逢其會。其項目領導人為教育心理學教授 Cliff Konold (University of Massachusetts Amherst)，目的除要創建一個適合高小和初中學生使用的動態數據處理軟件外，亦希望為教師和學生提供一些跨學科的數據庫及教學示例，以便師生進行具數據處理內涵及富現實生活意義的資料搜集、整理、分析、詮釋及表達分享等學習活動。

我們三人對 TinkerPlots 這軟件的背後理念、設計及其教學應用都甚為欣賞認同，故回港後亦不時留意其最新發展，並於大學課堂內推介給

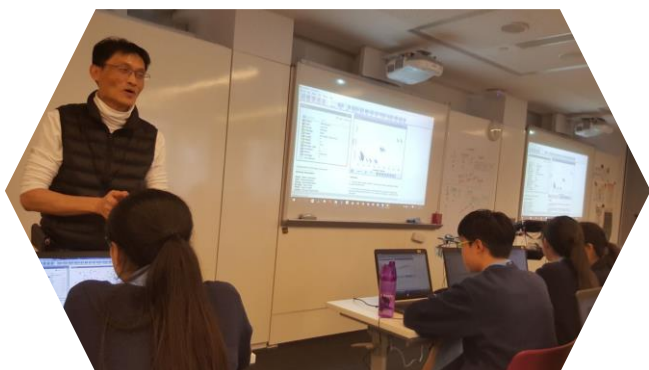
修讀教育文憑的職前學生和在職教師。此外，我們亦透過專業進修講座及碩士課程等持續專業進修活動，將這軟件介紹及中小學同工，很多時更會即場示範，頗獲好評 (未認識這軟件的同工，可登入其官方網頁看看：<https://www.tinkerplots.com/>)。

TinkerPlots 雖然價錢合理便宜 (見 <https://www.tinkerplots.com/get>)，但由於始終不是免費軟件，加上其教學應用範疇只限於數據處理，故沒有 GeoGebra 那麼廣為人知及普遍採用。個人的願景是希望未來五年，透過新數學課程的實施 (小學 2019、初中 2020) 及 STEM 的推展，數據處理範疇得到更廣泛的重視，從而使更多同工留意 TinkerPlots 及其相關的教學工具 (如：TinkerPlots 的網上操作版本 <https://codap.concord.org/>) 的發展，並應用高小及初中的課堂教學及評估活動中。長遠來說，為方便師生進行具數學內涵而又富現實意義的數據處理活動，我有以下三個願望：(1) TinkerPlots 能成為免費軟件，並設有方便使用的網站版本及平板電腦應用程式 (App)；(2) 專為香港課程而設計的一系列涵蓋高小初中的互動課件，供全港師生使用；(3) 出現以 TinkerPlots 為核心的專業學習社群。希望這些願望能在官(香港教育局)民(香港數學教育學會及前線教師)的共同合作努力下一一達成！

Attribute	Value	Unit
BodyFat	12.3	%
Age	23	years
Weight	154.25	lb
Height	67.75	in.
Neck	36.2	cm
Chest	93.1	cm
Abdomen	85.2	cm
Hip	94.5	cm
Ankle	21.9	cm
Wrist	17.1	cm
<new attrib...		

	BodyFat	Age
1	12.3	23
2	6.1	22
3	25.3	22
4	10.4	26
5	28.7	24
6	20.9	24
7	19.2	26
8	12.4	25
9	4.1	25
10	11.7	23

圖片來源：TinkerPlots 網頁



After the workshop, I learned more about how to handle different types of data, e.g. discrete and continuous data by using the computer. I think that TinkerPlots is a very effective software for analyzing large number of data. It is also good for doing Mathematics projects and presentation. Thank you for providing us a precious chance to learn it.



一次因緣際會，我校的中三同學有份參與鄧國俊教授一個關於心率的統計活動，並對 TinkerPlots 發生興趣。於是我們便邀請鄧教授在三月初為她們進行一個工作坊。感謝教授不嫌只得數位學生，用心地講解如何在統計上運用 TinkerPlots，及指導她們怎樣選擇統計題目，並讓同學有機會分享自己有興趣的範疇，為將來的研究課題作準備。以下便是兩位同學的少少感受。（楊鳳興 香港真光中學）

我從前只會用 Excel 來做圖表，雖然覺得很笨拙，但只能將就使用。參加 TinkerPlots 體驗工作坊後，我認為它比 Excel 或其他同類型軟件靈活。既可按數據分析的需要隨意變換不同圖表，且能查看個別數據和計算平均值等。TinkerPlots 非常有趣，我希望在未來有更多機會去學習使用它。

References:

- Lee, A. M. S., Wong, K. L., & Tang, K. C. (2004). Exploring the use of dynamic geometry manipulative tasks for assessment. In W. C. Yang, C. C. Sung, T. Alwis, & K. C. Ang (Eds.), *Proceedings of the Ninth Asian Technology Conference In Mathematics* (pp. 252–261). Singapore: National Institute of Education.
- Tang, K. C., & Wong, K. L. (2002). Building a web-based statistics calculator and exploring new opportunities for learning bivariate analysis. In W. C. Yang, S. C. Chu, T. Alwis, & F. M. Bhatti (Eds.), *Proceedings of the Seventh Asian Technology Conference in Mathematics* (pp. 542–551). Melaka, Malaysia: Multimedia University.
- Wong, K. L., & Tang, K. C. (2000, July). *Weaving the web into teaching and learning of statistics: The case of primary and secondary schools in Hong Kong*. Paper presented at the Second International Mathematics Enrichment with Communications Technology, University of Cambridge, U.K.
- Wong, K. L., Lee, A. M. S., & Tang, K. C. (2005). Analyzing the performance of Grade 6 students in dynamic geometry manipulative tasks: A quantitative approach. In S. C. Chu, H. C. Lew, & W. C. Yang (Eds.), *Proceedings of the Tenth Asian Technology Conference in Mathematics* (pp. 145–154). Cheong-Ju, South Korea: Korea National University of Education.
- Wong, K.L., Tang, K.C. & Lee, A.M.S. (2005). ICT and Mathematics Curriculum in Hong Kong. In S.C. Chu (Ed.). *Asian Technology Conference in Mathematics 10th Anniversary – A Commemorative Collection CD*. ATCM Inc. & Any2Any Technologies Ltd.

教學手記 中學篇

A Suggested Activity for Lessons

Mak Kin Wai (Cheung Chuk Shan College)

Introduction

STEM education refers to the teaching pedagogy involving Science, Technology, Engineering as well as Mathematics. The rationales of this approach are manifolds such as cultivating students' creativities, helping students get connected with their knowledge to the real-life context and preparing students to engage in the career path related to STEM. The purpose of this article is to share a STEM activity that I have conducted during my Mathematics lessons. The main theme of the lessons is about the centroid of triangle in which students will have to build a so-called "Palm Spinner". It is worth noting that, however, the materials required for the lessons were cheap and I also received good responses from my students during the lessons. So, I would like to share with other mathematics teachers about my raw ideas.

Details of the Activity (Production of Palm Spinner)

Last month, I attended a "STEM in Science" seminar organized by Marshall Cavendish Education. The activity of producing a "Fidget Spinner" was introduced so that students could learn the concepts about rotational symmetry, centroid of triangles and the working principles of ball bearings. Having inspired by the seminar, I come up with another similar activity for my secondary three students with a slight modification. The details of the lesson are depicted as follows:

- ① Each student is given a foamboard of a certain colour.
- ② Students were instructed to use compass and straightedge only to draw a scalene triangle with 9cm, 10cm and 11cm as the lengths of its three sides. (could be any other valid arbitrary dimensions)
- ③ Students were then instructed to draw medians of the triangle by using compass and straightedge only. After that, the centroid of the triangle could be located on the foamboard. (See Figure 1)

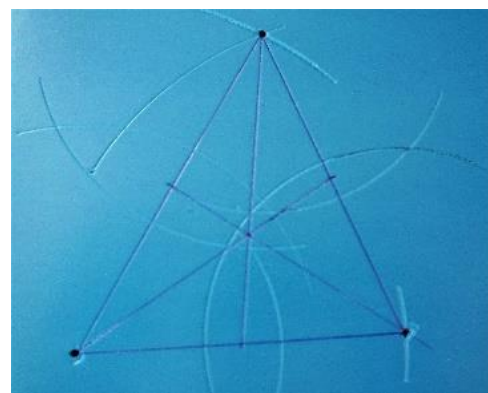


Figure 1: A scalene triangle with the centroid located on a foamboard

- ④ Next, all students were instructed to cut the triangle and have it detached from the foamboard. (See Figure 2)
- ⑤ Students were asked to place the triangular foamboard on the top of a thin wooden stick until the triangular foamboard comes to a standstill and stable state. At this moment, students were prompted to check the position of the tip of the wooden stick relative to that of the triangular foamboard. They should be able to find that the tip of the wooden stick is exactly pointing towards the centroid. (See Figure 3)
- ⑥ After reaching to a stable state of the triangular foamboard in step 5, students were also asked to change the position of the triangular foamboard very slightly and see whether the foamboard will fall. Teacher will then confirm with students that the centroid will give the triangular foamboard the most stable position when it is placed on the tip of the wooden stick.

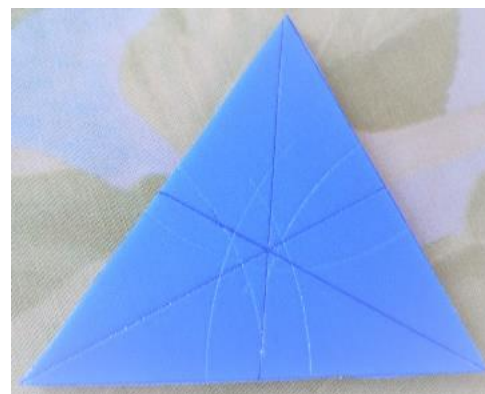


Figure 2: A scalene triangle cut from a foamboard



Figure 3: Triangular foamboard comes to a standstill and stable state



Figure 4: Glue gun (top) and the final product of "Palm Spinner" (bottom)

- ⑦ Lastly, students were given time to adhere the wooden stick to the triangular foamboard using double-sided tapes or a glue gun. With a view to enabling the plate to fly more easily, students were also suggested to add some small metallic rings with light weights for decorating their products. (See Figure 4)
- ⑧ After assembling the "palm spinner", students could try using the wooden stick to spin it around quickly and then release it to observe whether it can fly in a fairly good manner. (This part is not the main course anyway but simply gives a sense of satisfaction for students.)

To this end, let me display two funny snapshots taken during the lesson. (See Figure 5)

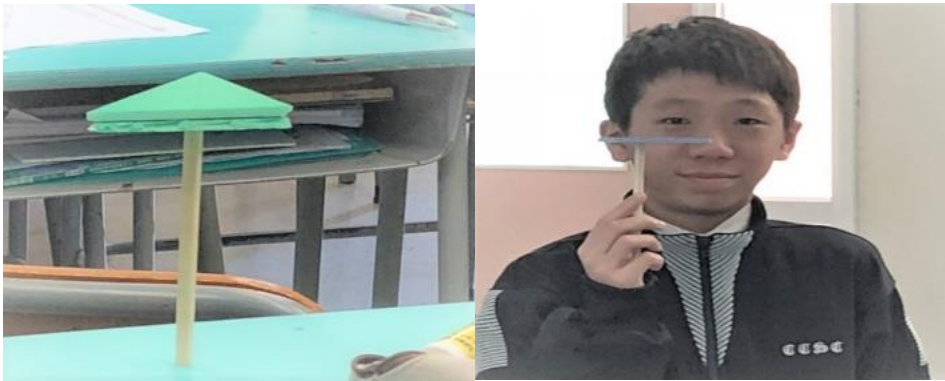


Figure 5: A product produced by a student by placing two triangular plates on top of a wooden stick (left); A student holding his “Palm Spinner” happily after he discovered the most stable position (right)

As a roundup of the activity, the teacher will have a follow-up question explaining why the centroid gives the most stable point of the triangular foamboard. More precisely, the teacher will explain that the centroid is a point dividing the whole triangle into six regions with equal areas by the following proof. (See Figure 6)

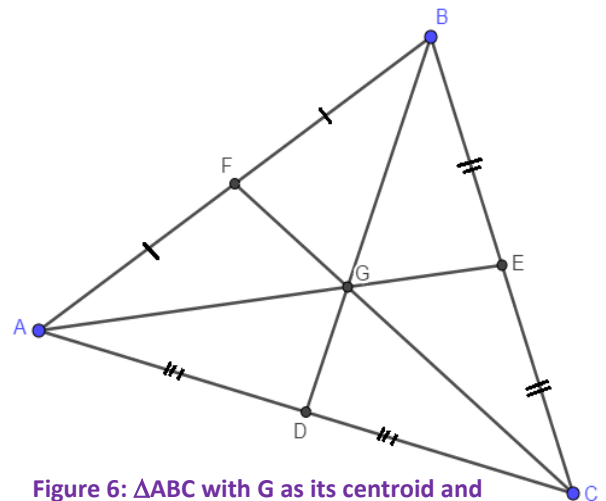


Figure 6: $\triangle ABC$ with G as its centroid and AE, BD, CF as its medians

Proof:

Refer to Figure 6, $AD = DC, BF = FA$ and $BE = EC$. ($\because AE, BD$ and CF are medians)

Let the area of $\triangle AGD$ be x . Then, area of $\triangle GDC = x$. ($\because \triangle GCD$ and $\triangle AGD$ have same bases and same heights)

As $AG : GE = 2 : 1$ (property of centroid), area of $\triangle CGE = \frac{1}{2} \times \text{area of } \triangle CGA = \frac{1}{2}(x + x) = x$.

Similarly, area of $\triangle GEC = \text{area of } \triangle GEB = x$. ($\because \triangle GEC$ and $\triangle GEB$ have same bases and same heights)

As $CG : GF = 2 : 1$ (property of centroid), area of $\triangle BGF = \frac{1}{2} \times \text{area of } \triangle BGC = \frac{1}{2}(x + x) = x$.

Lastly, area of $\triangle AGF = \text{area of } \triangle BGF = x$. ($\because \triangle AGF$ and $\triangle BGF$ have same bases and same heights)

As a result, all the six sub-divided triangles by the centroid G have the same area x .

In particular, since the foamboard has a uniform thickness, the centroid G becomes the centre of gravity of the triangular foamboard, thus leading to a most stable state when it is placed on top of the wooden stick.

Concluding Remarks

Though the activity may not involve all the four domains of STEM (e.g. not much technology is involved), I personally believe that it has already provided a very good framework to stimulate students' learning in mathematics based on STEM's rationales. On one hand, the task itself has a context in Science when the students discovered that the centre of gravity of the triangular foamboard is located at the position of centroid. On the other hand, students were given a chance to have more hands-on experience such as the construction of triangles and centroid using the compass and straightedge as well as the assembling routines for producing the "palm spinner" which is kind of engineering stuff. And, the most important of all is that the students will learn the mathematics theories related to a real-life context under a rather relaxing and joyful environment. In fact, I feel most grateful when I received the following feedbacks from my students Elaine and Peter right after the lessons:

- 😊 "I feel like the activity is quite interesting and exciting. Finding the most stable point of the triangle so as to make the cardboard stays stable on the wooden stick is quite captivating and it makes me learn that the centroid is a centre of the triangle, as well as being the most stable point, more easily."
- 😊 "Thanks a lot for your well-designed centroid activity. I feel satisfied and discovered a lot about it. Hope that there will be more similar activities for 3B! Thank you for your painstaking efforts in teaching!"

To conclude, I highly recommend this activity to mathematics teachers especially for those who are going to teach the topic of deductive geometry for secondary three students.



References

- [1] Materials from "STEM in Science" seminar by Marshall Cavendish Education.
- [2] Promotion of STEM Education: Unleashing Potential in Innovation, Education Bureau, retrieved from [http://www.edb.gov.hk/attachment/en/curriculum-development/renewal/Brief%20on%20STEM%20\(Overview\)_eng_20151105.pdf](http://www.edb.gov.hk/attachment/en/curriculum-development/renewal/Brief%20on%20STEM%20(Overview)_eng_20151105.pdf)
- [3] Resources – STEM examples, Education Bureau, retrieved from <http://www.edb.gov.hk/en/curriculum-development/kla/ma/res/STEMexamples.html>



Primary 5 students are required to learn addition, subtraction and multiplication of decimals in Primary 5 if their teachers follow the Primary Mathematics Curriculum of Hong Kong closely. To some students, those three operations of multiplication are not hard at all. The topic on addition and subtraction of decimals would be taught first in Primary 5 and the outcome is that most students are quite familiar with or very aware of “aligning the decimal points of the numbers” while doing the operation. See examples below.

E.g. 1.

$$\begin{array}{r} 5.46 \\ + 2.23 \\ \hline 7.69 \end{array}$$

↑

E.g. 2.

$$\begin{array}{r} 12.34 \\ - 4.21 \\ \hline 8.13 \end{array}$$

↑

Though some students would tend to get their answers by mental calculation, I would request my students to show me column forms as that is a good way to check their understanding. The usual mistakes which I would encounter when marking homework are mainly to do with wrong calculation. Students are very aware of aligning the decimal points of the numbers within the column form. However, when the students were learning multiplication of decimals, I was surprised to see the followings.

E.g. 3.

$$\begin{array}{r} 1.8 \\ \times 0.24 \\ \hline 000 \\ 360 \\ 72 \\ \hline 0.432 \end{array}$$

E.g. 4.

$$\begin{array}{r} 4.98 \\ \times 0.02 \\ \hline 000 \\ 000 \\ 0.0996 \end{array}$$



In Examples 3 and 4, the students could not explain to me the reason for adding extra zeros to the column form. To me, I think the students did the operation without thinking much and thought that whenever there is a number, even though it is a ‘zero’ as the whole number part in Example 3 or having ‘zero’ in both the whole number part and as the tenths digit in Example 4, the students must perform multiplication as usual and writing all those extra zeros as shown in the examples in a meaningless manner.

E.g. 5. 6. 0 1 × 9. 8
 = 5 8. 8 9 8

$$\begin{array}{r}
 6. 0 1 \\
 \times 9. 8 0 \\
 \hline
 5 4 0 9 0 0 \\
 4 8 0 8 0 \\
 \hline
 5 8. 8 9 8 0
 \end{array}$$

In Example 5, the student could still work out the correct answer, however, when checking the column form, I would see that the student added a zero to the value 9.8 and thought that in such situation, adding 'a place holder zero' is a must. To me, the student had mixed up the way in performing multiplication of decimals with addition or subtraction of decimals.

Since the above examples were not made by just one student, I could see that within a school term, for students to learn all three operations of decimals may be tough to some Primary 5 students. To the less able students, the situation could be even worse. So, when you have the chance teaching Primary 5 Mathematics, you are advised to think twice before teaching addition, subtraction and multiplication of decimals within a school term.

**Remarks: Miss Cat is a Mathematics teacher teaching in an aided primary school in Hong Kong. She has taught Primary Mathematics for more than 8 years. She prefers using pen name in her sharing.*

延伸閱讀



書 名：提升數學能力趣味讀本 2 分數·小數·百分數
 作 者：匯識教育編輯部
 出版社：匯識教育有限公司

內容推介：

- ★ 透過小數運算來比較價格，學習做個精明消費者。
- ★ 探究循環小數和古埃及分數奇妙之處。
- ★ 運用小數速算法，挑戰數學難題。

電子書出版



數學化教學在香港推行了十多年，為了具體向學生揭示數學的衍生過程及數學概念，一群前線老師製作及尋找了不少具教學效能的教具及學具，並把它們按不同範疇，拍成短片，製成電子書，以供教學上的同道人互相切磋。有興趣的老師可發送電郵至 info@hkame.org.hk 索取書籍，費用全免。

續會手續

2017 年度會員之會籍已經屆滿，若閣下仍未續會，只須填妥附上的續會表格，連同會費（支票抬頭請寫「香港數學教育學會」）郵寄至「香港郵政總局郵政信箱 6139 號」收。



學會Facebook

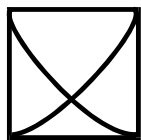
本會已於 Facebook 建立「香港數學教育學會」群組，並會定期更新資訊。歡迎各會員加入，以便獲得本會的最新消息。



歡迎投稿

誠邀會員就日常教學點滴及心得，與大家分享。除教學反思，亦歡迎專業發展研討會後感、數學遊戲及謎題推介，與書籍介紹等。來稿請連同姓名及所屬學校或機構，以 Word 檔形式電郵至 info@hkame.org.hk。文章經編委會審定後，或會作少量修訂然後刊登。不設稿酬。一經接納刊登，版權屬香港數學教育學會所有。





《何以有些學生學數學學得好些？》

新書發佈會 暨 講座論壇

歡迎數學老師傳閱

從個人反思到業界專業反思

日期：2018 年 4 月 14 日〔星期六〕

時間：2:30 pm – 4:30 pm

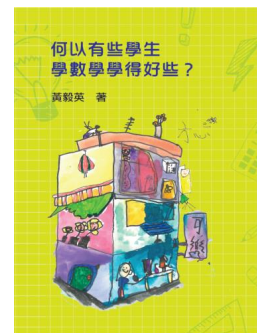
地點：香港浸會大學教學及行政大樓 AAB609 室

講者：黃毅英 退休數學教育工作者

曾永康 潮州會館中學校長

主持：鄧國俊 香港浸會大學教育學系特邀副教授

對象：在職或職前中、小學數學教師及其他有興趣人士



內容摘要

「何以有些學生學數學學得好些？」恐怕是每位數學教育工作者都有過的反思。本會創會會長黃毅英教授把思考對這個問題的心路歷程再加上 20 件真人真事寫成小書，並藉着這個新書發佈會分享他對「學養教師」、教育「新語」（如 S.T.E.M.）及「功夫在數外」的感悟和看法，當中更邀得 20 個故事的其中一位主角曾永康博士同場分享他對數學教育獨到的觀點，並由鄧國俊博士總結。歡迎各位同工參與這奇妙的心路歷程分享。

主講嘉賓

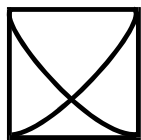
黃毅英，港大數學系畢業後留校當助教、唸碩士，專攻拓樸學。曾在官、津、私中學教數學達十年，其中七年為課外活動主任，並參與考試局及課程發展議會的工作。其間進修，獲教育證書、文科教育碩士及哲學博士。1989 年加入香港中文大學，退休前為課程與教學學系教授。該 25 年間曾擔任教學實習主任，本科課程學務委員會主席，數學教育理學碩士及學生活動文學碩士兩個課程的總監，學院教學人員人事委員會成員。透過論文指導結識了一班博士生（數學教育共六名、課外活動及其他領域八名）。又曾獲中大教育學院教學獎及優秀研究獎。於境內外學術書刊發表論文超過 500 篇、報章文章超過 1600 篇。曾任香港數理教育學會數學科召集人、香港數學教育學會創會會長及香港課外活動主任協會顧問。現為香港教育大學課程與教學學系榮譽教授及現代教育研究社顧問。

曾永康（數學教育學士、教育管理碩士、教育博士），現為潮州會館中學校長、香港中文大學「中小學學生活動教育專業文憑課程」總監；曾在 2005-15 期間於該大學創辦「學生活動教育文學碩士課程」，擔任課程主任。永康曾擔任香港課外活動主任協會主席（2001-2004），現為該會專業發展顧問。永康自幼家貧書少讀，廿歲未夠做教育，至今從事中學數學教育及校長工作達四十載、教師培訓廿多年，一生以來半工讀（十三載），半世從來不自悲。中學時受盡大校小魚之苦，正所謂「汝非小魚焉知魚之苦，師非小愚豈知生之困」，歷盡人情冷暖，培養出逆境自強的素質。與小時了了之智者相比，永康人生經歷迥異，至今人老心未枯，對教育有不一樣的觀點，屬異類而非異稟也。永康中學時數學成績相對平平，非考試之才，只著重理解與應用，積極實踐「求學不是求分數」。當年數學老師語重心長，關心學生，曾鼓勵永康退考公開試，以免影響學校數學科合格率云云，自此永康學懂數學的實際應用價值，從此了解到數學教育的重要，強調「數學不只是學數」，「藉活動與經歷，促進品學發展」，立志扶助低端學生。永康因數學學歷僅具中學程度，自嘲為「最低學歷的高效數學教師」，皆因老師程度接近學生，師生合作愉快學習，成效顯著也。

報名方法〔注意：名額有限，會員優先。〕 會員可於會上免費領取新書乙本，非會員可以優惠價購買。

香港數學教育學會 2018 年度會員請到學會網頁報名，費用全免。

非會員每位港幣 50 元。請填妥附頁報名表，連同劃線支票，抬頭「香港數學教育學會」，寄回「香港郵政總局郵政信箱 6139 號」收。



香港數學教育學會

Hong Kong Association for Mathematics Education

香港 郵政總局 郵政信箱 6139號

<http://www.hkame.org.hk/>

P.O. Box 6139, G.P.O., Central, Hong Kong

名額有限
會員優先

報名及收據編號：
(由本會填寫)

《何以有些學生學數學學得好些?》新書發佈會暨講座論壇

報名表格 (只適合非會員之用)

歡迎同時填妥入會／續會申請表格以申請成為 2018 會員

2018 年度會員請於本會網站免費報名。

姓名 (非會員)		電郵	聯絡電話	報名費用	備註
1					
2					
3					
合計：					

學校/機構名稱：_____

學校/機構地址：_____

支票銀碼：HK\$_____ 支票號碼：_____ 銀行名稱：_____

支票抬頭請寫「香港數學教育學會」。請填妥以下收據，以便本會於講座當天派發。

注意： 名額有限，會員優先。如報名人數超出限額，會以抽籤方式分配。報名結果將於活動五天前刊於本會網頁，請自行查閱。若有任何問題，歡迎電郵致 info@hkame.org.hk 查詢。

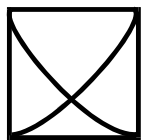
收 據

報名及收據編號：
(由本會填寫)

茲收到 _____

港幣 \$ _____ 支票號碼：_____ 銀行名稱：_____

以繳付 2018 年 4 月 14 日《何以有些學生學數學學得好些?》新書發佈會暨講座論壇報名費。



名額有限
會員優先

報名及收據編號：
(由本會填寫)

《再讀弗賴登塔爾，重溫數學化》數學化教學二十週年講座系列

報名表格 (只適合非會員之用)

歡迎同時填妥入會／續會申請表格以申請成為 2018 會員

2018 年度會員請於本會網站免費報名。

姓名 (非會員)		電郵	聯絡電話	系列	*費用	備註
1				一/二/三		
2				一/二/三		
3				一/二/三		
合計：						

*非會員參加其中一場講座報名費為 50 元，兩場或以上為 100 元。

學校/機構名稱：_____

學校/機構地址：_____

支票銀碼：HK\$_____ 支票號碼：_____ 銀行名稱：_____

支票抬頭請寫「香港數學教育學會」。請填妥以下收據，以便本會於講座當天派發。

注意： 名額有限，會員優先。如報名人數超出限額，會以抽籤方式分配。報名結果將於活動五天前刊於本會網頁，請自行查閱。若有任何問題，歡迎電郵致 info@hkame.org.hk 查詢。

收 據

報名及收據編號：
(由本會填寫)

茲收到 _____

港幣 \$ _____ 支票號碼：_____ 銀行名稱：_____

以繳付《再讀弗賴登塔爾，重溫數學化》數學化教學二十週年講座系列費用。