

拼湊七巧板的替換技巧

龍德義
退休校長

奇巧圖說的「靜式」

十多年前，筆者曾在學會的期刊發表了一篇介紹拼湊七巧板方法的文章，題為：「一本探討七巧板遊戲拼法的古籍－奇巧圖說」。這本古籍的作者周栢，描述「靜式」的概念，並以某些特定七巧圖組合作為例子，說明將其中兩三片拼板合成「靜式」，拼湊時無需分拆為最原始的七片拼板，認為可以較容易拼湊出既定的七巧圖，而且變化多端，可以拼湊出更多、更新穎的七巧圖。



圖 1

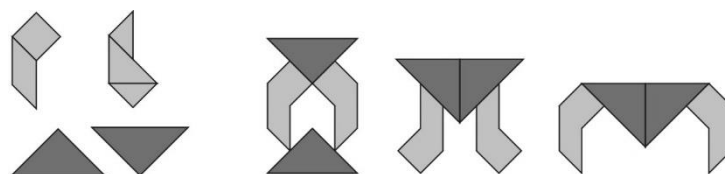


圖 2

周栢先生這個「靜式」概念，啟發了筆者，探索一些較有系統的方法，嘗試將拼湊七巧板的過程分門別類，讓初學者可以按部就班，並且將拼湊七巧圖的經驗，系統化累積起來，打破過往相隔一段時間就把拼湊的經歷忘得一乾二淨：「面對早前曾經成功拼出的七巧圖，往往無法提取過往的記憶，彷彿打回原形般，面前重新是個難題，只能蹣跚運氣地，重複以『試錯』的方法，尋覓答案。」

一套拼湊七巧板的方法

筆者早於 2008 年已經整理好，這樣的一套拼湊七巧板的方法，並且在星島日報教育版以連載形式公開發表了。現在相隔十多年，相關的方法在筆者的腦海中沉澱，確認是套有效的拼湊拼板遊戲的方法，故此，希望將這套方法以書刊形式傳承下去。十分多謝香港數學教育學會幫忙發行出版，筆者也趁機，善用學會的平台，簡單介紹一下筆者認為較為關鍵的一個拼湊技巧：「替換技巧」。

為方便討論，簡單介紹周栢先生在他的著作「奇巧圖說」沿用的七巧板術語。七巧板的七片拼板中有五片等腰直角三角形，以面積來說，有三個尺寸，大的有兩片稱為「大」，小的也有兩片稱為「小」，介乎兩者之間的只有一片稱為「中」。其餘兩片拼板，一片稱為「方」是個正方形，另一片稱為「斜」是個平行四邊形。

「大」、「大」、「小」、「小」、「中」、「方」、「斜」

「小」是七巧板的基本單位，兩個小的等邊直角三角形尺寸相同，邊碰邊拼合起來，可以分別拼湊成「中」、「方」、以及「斜」。利用 4 個「小」，可以拼合成 1 個「大」。換言之，兩個大的等邊直角三角形尺寸相同，面積是「小」的 4 倍，故此，「大」的邊長是「小」的 2 倍。而「中」、「方」和「斜」的面積均為「小」的 2 倍，三者的邊長和內角的角度，也因而明確地與「小」的相關。

早於 200 年前，周栢先生就以「大」、「大」、「小」、「小」、「中」、「方」、「斜」，稱呼七巧板的七片拼板。

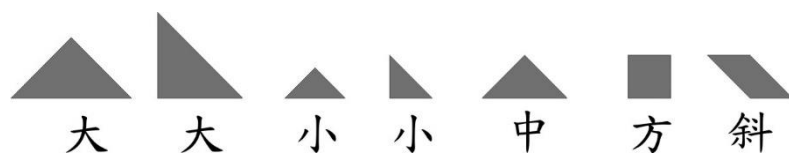


圖 3

綜合而言，由七巧板的七片拼板拼湊出來的圖案，稱為「七巧圖」。每個七巧圖的面積均相同，同為「小」面積的 16 倍。

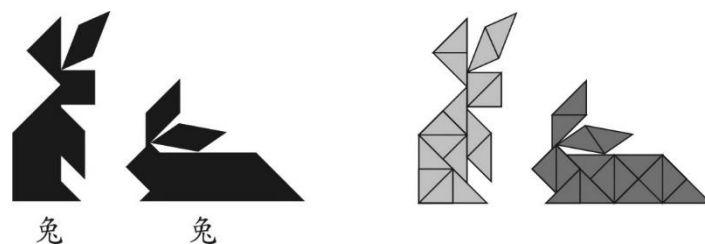


圖 4

替換技巧

有了對於七巧板遊戲這個簡單的基本認識後，我們可以進入討論「替換技巧」。

首先從以下一組七巧圖開始，嘗試比較這三個七巧圖。要將它們全都拼出來相信並不困難，但為了清楚說明「替換拼板」這個概念／技巧，讓我們詳細分析它們。

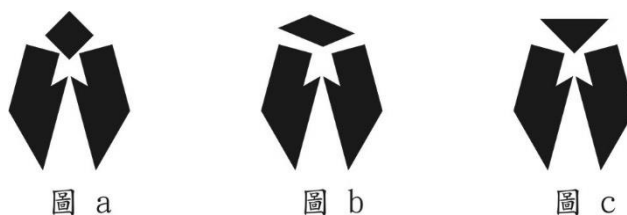


圖 5

這三個七巧圖給人的第一個感覺就是十分相似，三個圖的下面部分均為相同的，只有上面部分有所不同。不論採用直觀或各種拼湊技巧，相信均能得出一致的結果：三個圖的上面部分分別是「方」、「斜」、「中」。對於一般分離圖，通常應用「寧少勿多」的拼圖原則，即是應該使用單一片拼板拼出各圖的上面部分。但這趟有點特別：假如我們可以用「小」「小」兩片拼板拼出其中一個圖的上面部分，例如圖 a 上面部分的正方形，則其餘兩圖也很容易拼合。因為三個圖的下面部分均為相同，故此可固定不變，只須將兩片「小」「小」拆開，再拼合成「斜」便可得圖 b；拼合成「中」則可得圖 c，輕而易舉。

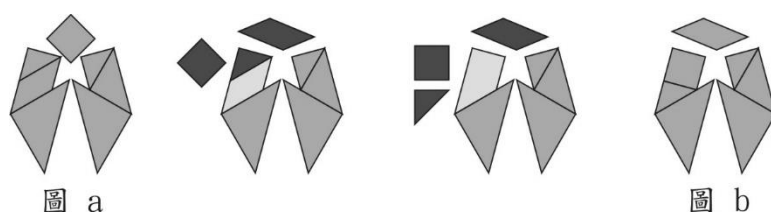


假設可以用「小」「小」拼出上面部分的正方形，則能輕而易舉拼合成其餘兩圖

圖 6

可惜，這個假設是不可能成立的，為甚麼？試考慮七巧圖的面積便能找出原因來：每圖上面部分的面積均為 2 個「小」，而每圖下面部分則由兩個分離的相同六邊形組成，透過簡單計算，每個六邊形的面積應為 $(16 - 2) \div 2 = 7$ 個「小」。而七巧板各拼板之間的面積關係為：「中」、「方」及「斜」是 2 個「小」；「大」是 4 個「小」。利用數字 1、1、2、2、2、4、4 及加法要構成兩個 7，則只有 $4 + 2 + 1 = 7$ 這個組合。換言之，每個分離的六邊形均必須包含一片「小」拼板了，不可能再利用它們去拼出圖的上面部分了。

不錯，上述的假設是不能成立的，但是否拼湊那組三個七巧圖時，每個圖必須重新開始呢？看來那又未必！「替換拼板」的原則是不移動的拼板，就毋須移動它了，換言之，移動拼板的數目越少越好。先拼好圖 a，希望從圖 a 出發可以拼得出圖 b 來。圖 b 上面部分是「斜」，所以將圖 a 的「方」換了「斜」，上面部分即時拼好了，但要將「方」放置在原來「斜」的位置是不可能的。至於「大」，根本沒有其他可供它作變動的位置，只剩在空白位置上面的那片「小」了，移走「小」後，空白的位置變成一個面積為 3 個「小」的直角梯形，用來放置「方」「小」是挺容易。故此，從圖 a 出發，簡單地替換了三片拼板便得出了圖 b。



從圖 a 出發，簡單地替換了三片拼板便得出了圖 b

圖 7

同樣地，從圖 b 或圖 a 出發可以拼得出圖 c 來。圖 c 上面部分是「中」，所以將圖 b 的「斜」換了「中」，上面部分即時拼好了，但要將「斜」放置在原來「中」的位置是不可能的，所以同時移走在空白位置上面的那片「小」，移走「小」後，空白的位置變成一個面積為 3 個「小」的直角梯形，用來放置「斜」「小」是挺容易。故此，從圖 b 出發，簡單地替換了三片拼板便得出了圖 c。

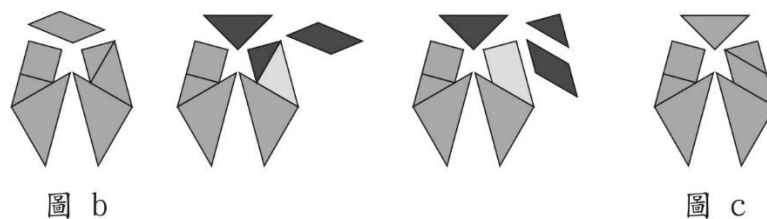


圖 8

讀者不妨試試能否從圖 a 出發拼出圖 c。

替換技巧練習

在進一步討論前，讀者可試試能否應用「替換技巧」拼出下列三組七巧圖，作為練習。

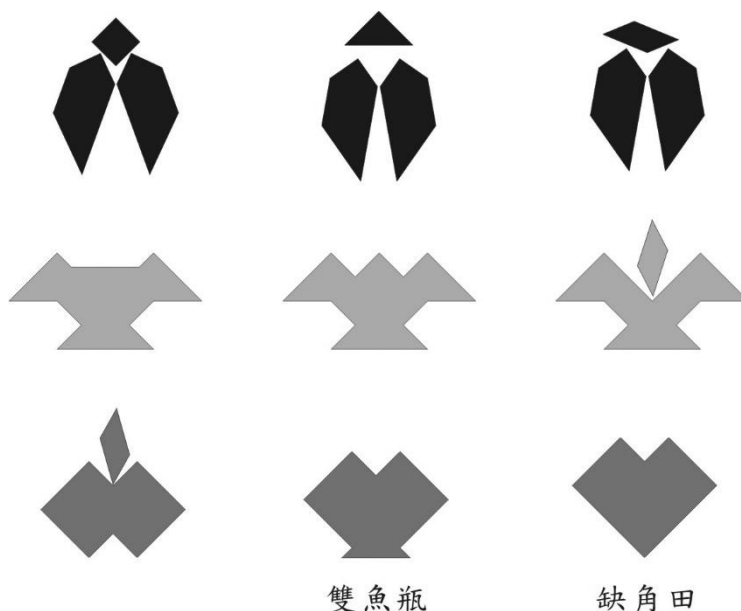


圖 9

七巧悖論組圖

七巧組圖中，尤以悖論組圖最引人入勝。通常一組兩個圖中，一個七巧圖「明顯地」較另一個七巧圖多出一部分；但這又與每個七巧圖面積相同的事實互相矛盾。當中有甚麼玄機呢？先不要想這個苦惱的難題，動手拼看，細心欣賞就可以了！

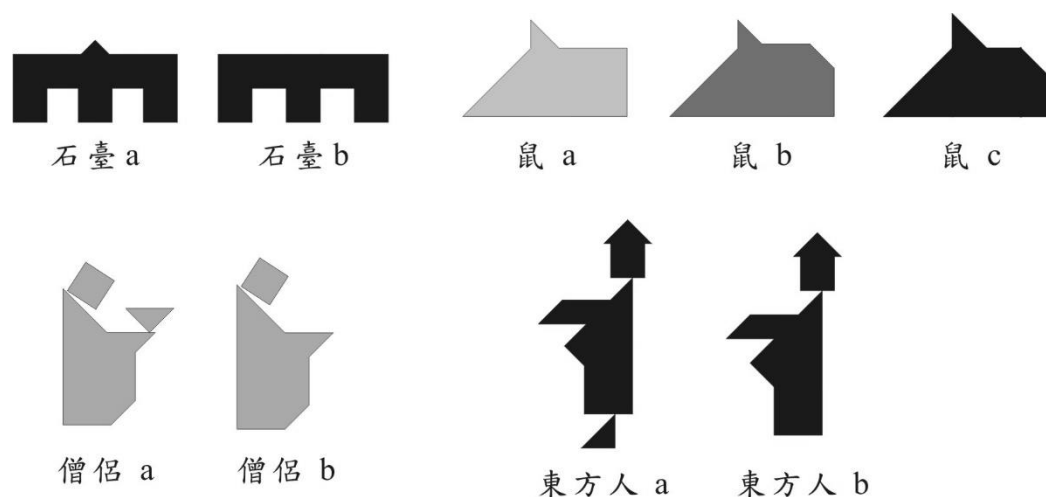


圖 10

不過，若果要創作新的七巧悖論組圖，就要花點心思！先不談七巧悖論組圖，就算是創作新的七巧圖，其實也並不太容易呢！首先要好好地安放七片拼板，構成一個圖案，表達一個意念；接著還要確定以前是否未有出現過相類似的圖形。七巧板面世已有兩百多年了，加上廣泛流傳至世界各地，很多既漂亮又深具意義的七巧圖已累積至一定數量了。新設計的圖案要跟這兩百多年間眾多文化的智慧比較，實難有太大的突破吧！

一般來說，創作新東西時，慣常使用的其中一個方法是「腦力激盪法」，亦即是大膽嘗試，不要受既定做法的限制，儘管盡情、任意地組合。利用「腦力激盪法」創作七巧圖，就好像將七片拼板拋起，看看它們著地後構成一個甚麼樣的圖案，若嫌太過零散，大可以儘可能將鄰近的拼板拼合起來。可惜，這個方法真的太自由放任了，新圖案相信多的是，但要有具意義的圖案則絕無僅有。

在創作過程中，如果「腦力激盪法」只是當成為「胡亂盲試」的同義詞的話，則是很大的誤解。「胡亂盲試」有一個致命的缺點，就算是幸運地「試中」了，往往都不被發現，不知道已找對了。至於利用「腦力激盪法」創作新的七巧悖論組圖，則成功的機會更是極微了。正如胡亂塗鴉或亂按琴鍵，絕少獲得佳作一樣。所以在很多情況下，創作的必要條件是對有關的知識有深入瞭解，否則，遑論創作。故此，創作能力跟解難能力同屬高階思考能力。

要成功創作一組七巧悖論組圖，必須掌握背後的原理。光曉得如何拼合兩個悖論七巧圖，而不瞭解何以產生悖論的原理，是難以開展這方面的

創作的。創作比解難更難以教授，筆者也不善於創作，故此，筆者不會斗膽教授讀者創作呢。不過，筆者可以與讀者分享這方面的個人觀察和心得。首先談談石臺一組七巧悖論組圖：兩個石臺七巧圖中，似乎平滑的那個，即石臺 b，較為容易拼湊。直觀上，可以初步推斷中間下面部分是「方」的形狀，左右兩旁下面部分也都是「方」的形狀，這樣的話就是 3 個「方」，亦即是 6 個「小」。石臺 b 的上面部分就應該是 10 個「小」，我們可以初步繪畫出這個平滑石臺的 16 個「小」的結構圖，筆者稱之為「基本結構圖」。建基於這個「基本結構圖」，我們可以輕鬆地找出拼湊的答案，而且還可以羅列出拼湊同一個七巧圖的不同拼湊答案（全部可能的答案）。

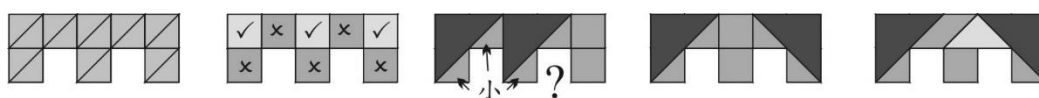


圖 11

然而，石臺 b 的拼湊答案不多，除了「中」「斜」對調外，拼湊答案就只有唯一一個。比較石臺 a 和石臺 b，石臺 a 的上面部分也應該是 10 個「小」，再進一步推斷，石臺 a 的上面中間部分是 6 個「小」，甚至呈現出 4 個「小」的關鍵部分。

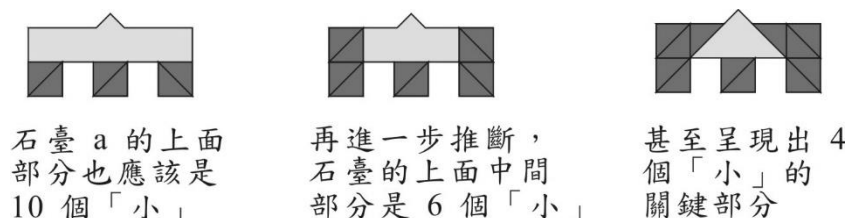


圖 12

原來七巧悖論組圖石臺 a 和石臺 b 是面積為 4 個「小」的「大」拼板與面積亦為 4 個「小」的等腰梯形的替換技巧變化出來的。這樣往往予人少了個小尖角的錯覺。石臺 a 和石臺 b 正是一個很好的例子，鼠 a 和鼠 b，也是基於這個替換而創作出來的。

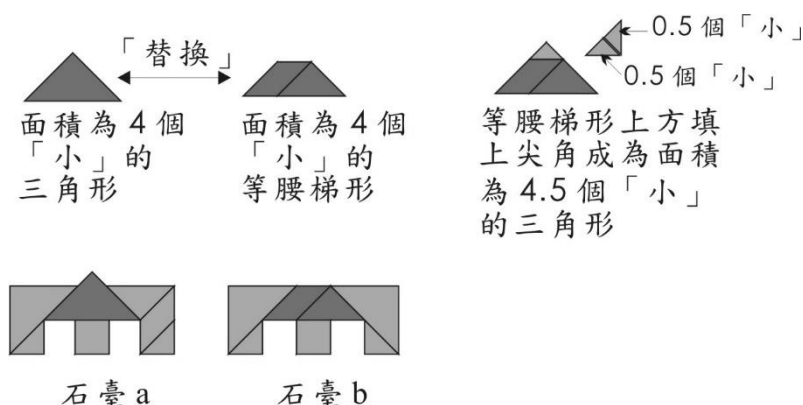


圖 13

另一個減少小三角的技巧，就是利用面積為 8 個「小」和面積為 9 個「小」均能拼合成一個三角形的事實，將面積為 8 個「小」的三角形連同一片「小」拼板替換成面積略大（為 9 個「小」）的三角形，可以做成錯覺呢！東方人 a 和東方人 b 正是一個很好的例子，鼠 b 和鼠 c，以及僧侶 a 和僧侶 b 也是基於這個替換而創作出來的。

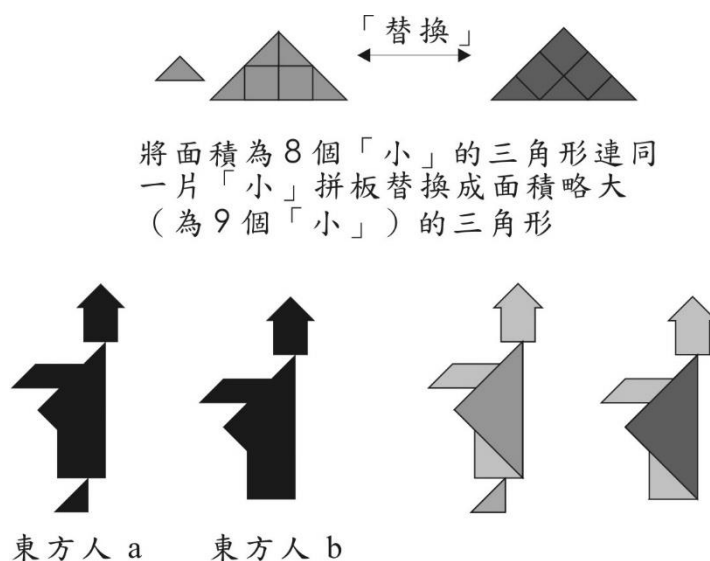


圖 14

有趣的是，就算知道替換技巧，要拼出要找出拼湊的答案也需要花一點心思。

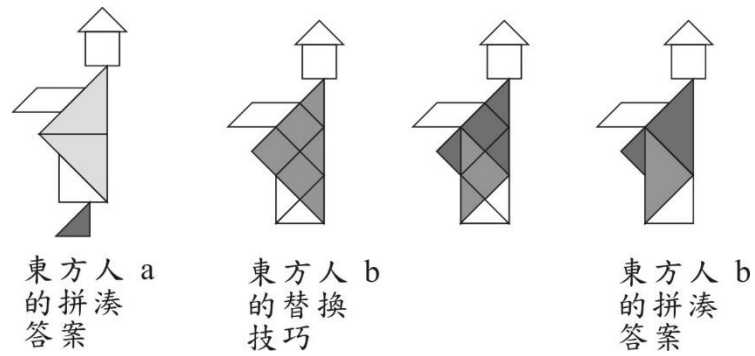


圖 15

為了保留讓讀者探索的樂趣，筆者只提供以下兩組七巧悖論圖的替換技巧。至於它們的拼湊答案就讓讀者自行填補，作為練習吧。

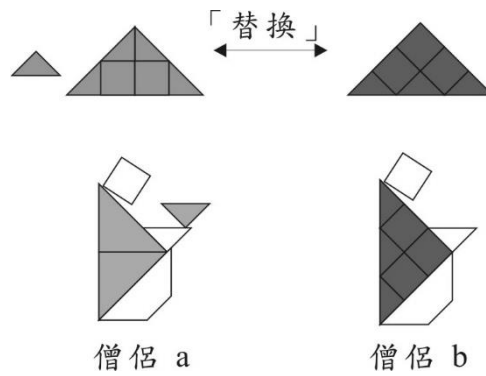


圖 16

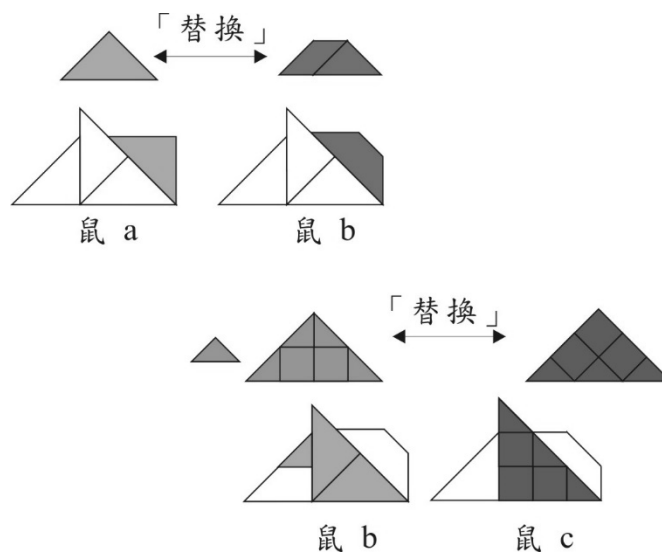


圖 17

或許讀者拼湊七巧板時，仍有一些問題懸而未決，甚或未完全理解。學會與筆者會於 2023 年舉辦兩至三個講座／工作坊與讀者一起探討拼湊七巧板的技巧。歡迎讀者到時踴躍參加學會的活動。有關活動，敬請留意學會的公布。

參考文獻

梁紹傑、龍德義（編）。(2006)。《奇巧圖說》。台北市：九章出版社。

作者電郵：takyee lung@yahoo.com.hk