

「適合」的評估

馮振業

香港教育大學數學與資訊科技學系

蔡佩怡

天主教伍華小學

引言

教育局網頁這樣說：「全港性系統評估是全港統一執行的評估，是一個能提供客觀數據以幫助學校了解學生在第一至第三學習階段完結時在中、英、數三科的基本能力，用作促進學與教的評估。

(<http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/tsa/index.html>)」單看數學科，馮振業（2011、2013、2014）及蔡敏英、香巧玲、馮振業（2015）列舉的多個例子，令人不得不懷疑此話的真確性。對仍然相信數學科全港性系統評估（以下簡稱數學評估）有助促進學與教的人，本文再多舉一例，看看數學評估如何考核「適合」，讓大家思考它是否一個「適合」的評估。

儘管「適合」一詞常見於度量課題的考題之中，卻並非數學術語，其意義耐人尋味。本文聚焦三年級數學評估的考題，看看師生可以如何面對這個從來沒有清晰含義的詞語。

何謂「適合」？

「適合」的考題在小學中，只問及適合的單位和工具，而適合的方法¹則屬中學課程（香港課程發展議會，1999）。量度，首先要考慮量度的需要，由需要決定單位，然後選擇工具，按單位和工具構思量度方法。由於本文集中討論小三的數學評估，故此文不談量度的方法。

以量度青馬大橋長度為例，如果是給工程師預計重鋪路面所需物料的數量，量度的單位不能過大，否則誤差可以導致物料不足夠完成工程，或者多購大量物料，造成浪費和損失。因此，以公里為單位肯定過大，米會

1 於中學課程綱要稱為策略。原文為：「認識量度的近似性質，並就一個指定目的選用適當的量度工具及策略。（香港課程發展議會，1999，頁21）」

較為可取。相反，如果量度青馬大橋長度只供長途客車計算所需汽油，以米為單位肯定過小，公里會較為可取，因為數百米行車距離相對於過百公里的旅途，所消耗的汽油的誤差可算微不足道。

假設已決定了量度單位，選擇工具時，一方面要確保能顯示所選單位的讀數，另一方面也要考慮操作的可行性。前者較易判斷，後者卻存在不少灰色地帶。一般來說，量度工具的使用範圍均不會過於狹窄，一項量度任務通常可選不同的工具完成。然而，每種工具總有些不適用的範圍。例如滾輪不能量度兩面牆壁之間的距離；直尺不能直接量得圓周。換言之，找不適合的工具，遠較評斷最適合的工具容易，爭議也較少。

從上面分析可知，量度應按需要考慮單位，然後選擇工具。然而，數學評估並未有依這次序考慮適合的單位和工具，大多數的考題都沒有提供量度需要，只問何者最「適合」，甚至沒有指明要求學生選擇的，是單位還是工具！

「適合」的單位可有三個意思。第一，能以最小的整數表示。以青馬大橋作例，若要以最小的整數表示，即以公里作單位。可是，以最小的整數表示單位並沒有意義，一扇門約高 2 米和 200 厘米有什麼差別？第二，愈精確愈好。若論精確度，必定是選擇愈小的單位愈精確。要精確地量度一扇門，恐怕要以毫米量度。高科技中的薄膜技術，甚至要用納米（ 10^{-9} 米）量度厚度。第三，能以公認單位表示。如量度一本書的長度，根據這準則，20 厘米比起 20 隻手指更適合。當然，這些都不一定是擬題者所持的準則。以不同單位量度的意義，應是按其需要賦予。不同的單位的背後，其實有一個不同的量度需要。

「適合」的工具可有六個意思。第一，能讀出指定量度單位的讀數。第二，操作可行性高。第三，測量物品的測量值，應在測量工具所能顯示的最大值和最小值之間。第四，能以較精確的單位表示測量值。以此準則，能顯示愈小的單位的工具愈適合，即能顯示厘米的尺，比只能顯示米的尺適合。第五，能顯示公認單位。例如量一瓶洗衣液的容量，根據這準則，用 1 公升量杯量度會比用飯碗量適合。第六，能快速量得物品的測量值。如量度一本書的長度，一把間尺顯然比以自訂單位的手指量度得快。

很多時候，答題者會認為選擇適合的單位或工具困難的原因，往往是問題沒有提供量度需要或指定單位。而且，部分工具能同時作為單位和量度工具。當問題沒有清楚說明問的是適合的單位還是工具時，答題者就只好瞎猜了。以下筆者等會以數學評估作例子，說明沒有提供量度需要，或沒有說明問的是適合的單位還是工具，會造成怎樣的困擾，並看看題目究竟想考什麼。

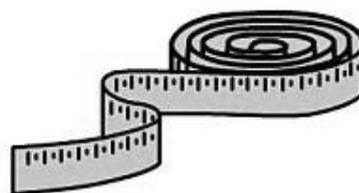
考數學還是考生活

選擇量重工具，必須注意它能有效顯示所量物品的重量。如果物品的重量超過量重工具所能顯示的最大重量值，測量就不可能成功。要考核這一項理解，擬題者應該讓答題者看清楚幾個量重工具所能顯示的最大重量值，然後請答題者按這項標準挑選。然而，數學評估的考題，卻容許學生繞過這項理解，選出正確答案，以下便是一個例子（圖 1）。

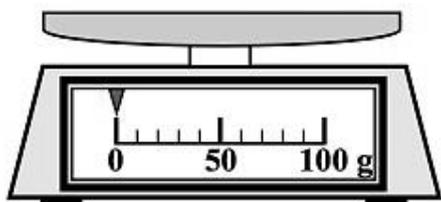
下列哪一種工具最適合用來量度爸爸的體重？



A.



B.



C.



D.

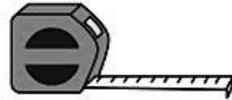
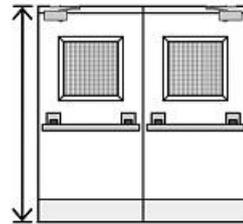
圖 1：TSA2015-3MC3-26

由於選項 D 的刻度並不清晰，學生不能以量重工具所能顯示的最大值判斷答案。然而，他們必定會有使用體重磅量體重的經驗，能憑工具的款式判斷出正確答案，令考數學變成了考生活。因此，問題其實沒有對準考核學生的數學知識，學生要答對，就需靠其他手段，這能算是評核他們的數學「基本能力」嗎？

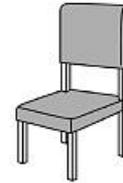
考核內容模糊

數學評估考題不時以「哪一項最適合用來量度……」為問句的前半部，省略單位或工具一詞，使答題者難以判斷題目要求選擇一個適合的單位，還是一個適合的工具。先看以下一例（圖 2）。

以下哪一項最適合用來量度
禮堂大門的高度？



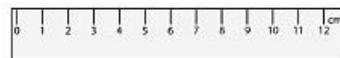
A.



B.



C.



D.

圖 2：TSA2014-3MC3-25

如果問的是適合的自訂單位，選項 A 的圖畫會令人迷惑。到底是以拉尺外殼（不計伸出部分），抑或連同伸出的部分作為單位？若是前者，把拉尺外殼疊至門高（圖 3），也是可行的方案；以選項 B 的椅子作自訂單位，也不是全無可能，只是操作上或許要些玩雜耍的本領罷了（圖 4）；至於選項 C，不止是單位的兩端不易清楚定義，操作上也十分困難，大概不可能

是適合的選擇；選項 D 以整把直尺作為自訂單位，操作上毫無困難（見馮、董、李，2000），同樣可以是一個適合的選擇。要按題意選最適合的，就不清楚該依怎樣的標準。若以精確度考慮，應選最小的單位，選項 A 當為首選。若要求量度結果可用較小的整數表示，則選項 B 最適合，其次就是選項 D。若考慮以公認單位作量度單位，則選項 A 和 D 都適合。

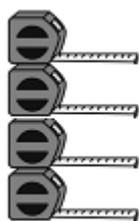


圖 3



圖 4

如果問的是適合的量度工具，理論上應先選定量度單位，然後才找配合量度處境需要的工具。在沒有指定量度單位的情況下，只好單純考慮處境需要，在選項 A 和選項 D 之間，肯定選項 A 的拉尺較優勝。

以上的分析是從所涉學理的角度思考，答題者如何找出答案，倒又是另一回事。選 A 的很可能根本沒經歷以上的推敲過程，既不瞭解選單位和選工具有何不同，也不關心何謂適合，單憑生活經驗知道裝修工人總拿著選項 A 的拉尺，就糊里糊塗地選對了擬題者心中的答案 A 了。

再看另一例子（圖 5）。不管問的是適合的單位，還是適合的工具，都可按與上題相同的理據排除了選項 B。雖然此題的設問方式與上一題大致相同，但是在選項 C 的手指圖畫頂部卻多了符號，好像暗示以指頭寬度作為量度單位，令人懷疑要問適合的單位。如果推測成立，就應比較選項 A、C 和 D 何者為最適合的單位。選項 D 是一卷軟尺，本身很難定義一個單位，因此，只能以它上面的刻度作為量度單位。選項 A 的信封，其兩鄰邊的邊長均可充當自訂單位。無論如何，這兩個長度都較選項 C 和選項 D 暗示的單位大。若可用較小的整數表示量度結果即較適合，最適合的選擇便該是選項 A 了。相反地，若考慮較精確為較適合，則選項 C 和 D 何者較適合不

能用肉眼判斷。若以能用公認單位表示測量值，則只有選項 D 能作為適合的答案。

以下哪一項最適合用來量度郵箱的高度？

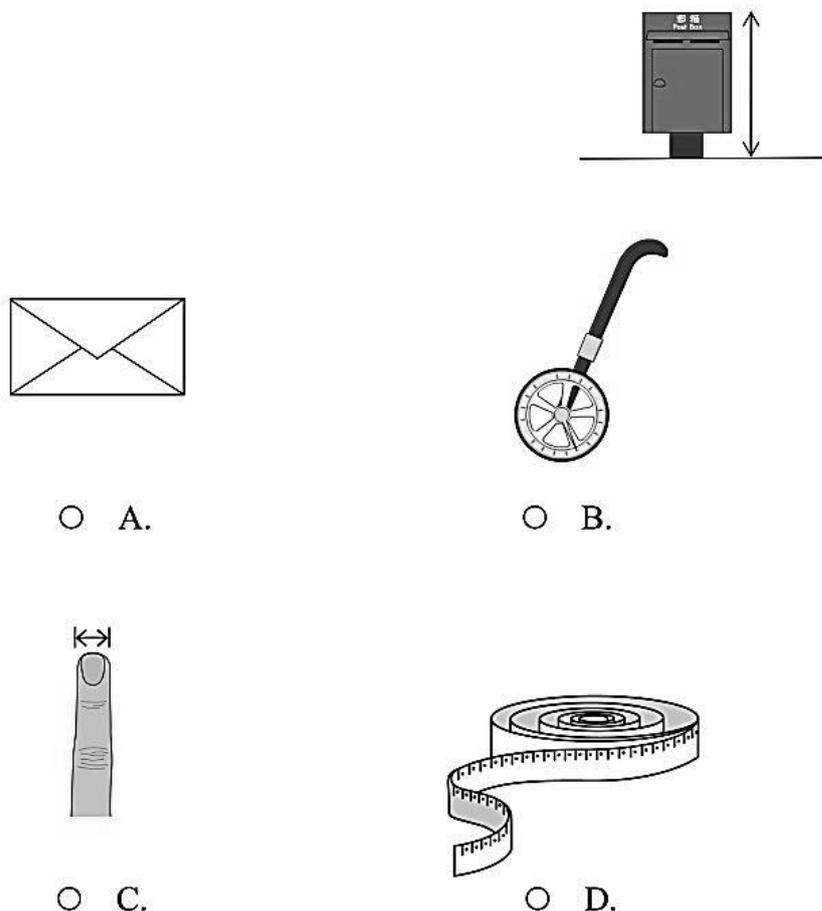


圖 5：TSA2013-3MC3-24

如果是問最適合的工具，又不考慮以哪種單位表示量度結果，則不論「適合」是指配合量度處境還是快速量得結果，選項 D 都應該是唯一合理的選擇。

隱藏的準則：公認單位較自訂單位更適合？

在「適合」的問題中，當問及適合的量度工具或單位時，部分問題或會同時有公認單位及自訂單位的工具作為選項。當同時有公認單位和自訂單位的選項時，應根據什麼原則判斷較「適合」的單位呢？在 2012-2015 年內，從未有一題題目的答案是自訂單位。這是否暗示，在任何情況下，公認單位必然比自訂單位適合？如圖 5：2013-3MC3-24，選項 A、C、D 都可以是一個適合的單位。但如果單憑認定公認單位比自定單位好，自然只

有選項 D 是一個適合的單位。選 D 的很可能只憑認定公認單位是最適合的單位，就糊里糊塗地選對了擬題者心中的答案 D。

如果圖 6 問題問的是適合的單位，選項 A 上的符號，似乎暗示它比兩隻眼睛的距離長，理應排除；由於操作困難，選項 C 亦應排除。餘下只需比較選項 B 和選項 D 何者為最適合的選擇。選項 B 是一把直尺，無論是兩鄰邊的邊長，或是上面的刻度，均能作為一個單位。但由於直尺的兩鄰邊邊長都很可能比兩隻眼睛的距離長，所以如果以直尺作為單位，只能利用上面的刻度。選項 D 是一幅眼鏡，作為自訂單位的話，則令人十分疑惑，到底是以眼鏡臂的闊度、鼻樑部分的闊度，還是其他有趣特別的部分作為單位？由於題目並沒有列明適合的準則，答題者只能自行猜測。若以精準度為準則，選項 B 和選項 D 不能單以肉眼判斷何者的單位較小。若要求量度結果可用較小的整數表示，假設選項 D 是以鼻樑部分的闊度作單位，則答案是選項 D；假設選項 D 是以眼鏡臂的闊度作單位，則答案是選項 B。因此在以量度結果可用較小的整數表示為適合的準則時，答案會隨學生如何理解選項 D 作為自訂單位而改變。若以公認單位作準則，則答案是選項 B。



以下哪一項最適合用來量度小玲兩隻眼睛之間的距離？



A.



B.



C.



D.

圖 6：TSA2015-3MC3-23

假如問題問的是適合的工具，則只有選項 B 是長度量度工具。在評估報告（香港考試及評核局，2015）中，其實有提及這題目的適合是指適合的工具²。但為何在擬定題目時，不直接清楚說明是找適合的工具？

歷屆同時有自訂單位和公認單位作選項的問題，都是以公認單位作答，若然學生單純以公認單位作他們的第一考慮要素，很多問題都無需經思考就能找出答案。如圖 5：2013-3MC3-24、圖 6：2015-3MC3-23 和圖 7：2012-3MC2-29。



下列哪一種工具最適合用來量度一個牛奶瓶的容量？



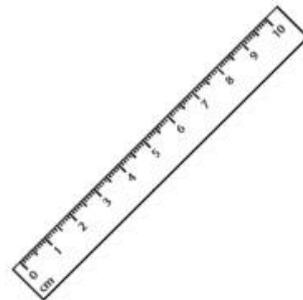
A.



B.



C.



D.

圖 7：2012-3MC2-29

2 於考評報告稱為合適的工具。原文為：「在選擇合適的工具進行量度物件的距離方面，表現則略為遜色。（香港考試及評核局，2015，頁 299）」

總結

「適合」一詞沒有一個清晰的含義，可用的準則繁多，亦相對主觀。與其考學生何謂「適合」，不如對準考核重點，列明準則，讓學生選擇何者最能符合。「適合」的問題需考慮實際操作情境，但面對模糊不清的考題，加上不同的準則衍生不同的答案，評估實難以反映學生的學習表現。因此，學生不懂答考題，其根本原因可能並非不懂所需知識，而是未能「猜中」出題者的心思，甚或是被模糊的考題誤導。因此，無論學生答對或答錯考題，都未能反映他們對相關知識的掌握。這些考核「適合」的題目，事實上並不適合作為評估考題。

總結

「適合」一詞沒有一個清晰的含義，可用的準則繁多，亦相對主觀。與其考學生何謂「適合」，不如對準考核重點，列明準則，讓學生選擇何者最能符合。「適合」的問題需考慮實際操作情境，但面對模糊不清的考題，加上不同的準則衍生不同的答案，評估實難以反映學生的學習表現。因此，學生不懂答考題，其根本原因可能並非不懂所需知識，而是未能「猜中」出題者的心思，甚或是被模糊的考題誤導。因此，無論學生答對或答錯考題，都未能反映他們對相關知識的掌握。這些考核「適合」的題目，事實上並不適合作為評估考題。

參考資料

- 香港考試及評核局 (2015)。2015 年全港性系統評估第一至第三學習階段中國語文科、英國語文科、數學科學生基本能力報告。香港：香港考試及評核局。
- 香港課程發展議會 (1999)。中學課程綱要——數學科 (中一至中五)。香港：香港教育署。
- 馮振業 (2011)。令人沮喪的數學科全港性系統評估。《數學教育》32 期，2-28。
- 馮振業 (2013)。再論數學科全港性系統評估。《數學教育》35 期，2-15。
- 馮振業 (2014)。討論課程與評估之前，請先討論教學。載黃毅英 (著)、鄧國俊 (編)。《再闖「數教路」——課改下的香港數學教育》(頁 83-87)。香港：香港數學教育學會。
- 馮振業、董麗紅、李蘊珍 (2000)。小一長度量度的教學。載梁興強 (編)。《香港數學教育會議 2000 論文集》(頁 102-108)。香港教育學院數學系。(後收入吳丹 (編) (2007)。《小學數學教育文集：理論與教學經歷的凝聚》(頁 237-243)。香港：香

港數學教育學會。)

蔡敏英、香巧玲、馮振業 (2015)。以數學化觀點考慮是非「曲直」。《數學教育》38 期，
11-26。

首作者電郵：cifung@eduhk.hk