

運用數學史於數學教育的初步調查研究

列志佳

對不少同學來說，數學是一門枯燥乏味、難以學習的學科，不少概念有如從天而降；同學更誤以為數學與日常生活、其他學問存在著很大的鴻溝。數學教育工作者嘗試就不同的方法去改善現況，其中運用數學史於教育中相信是一可行的辦法。在本港，早於七十年代中已有大專講師在這方面做了不少推廣性的工作（見港大數學系蕭文強教授的「數學發展史給我們的啟發」（一九七六）、「數學·數學史·數學教師」（一九八三）等文章）。經過多年來有關人士的努力，本港中學教師對這方面的認識程度又如何呢？在平日的教學中有多少情況會運用到數學史？當中會遇到什麼困難？整體上對運用數學史於數學教育有何評價？

為日後進一步在本港深化及推廣這一教學理念，有必要對以上的問題進行一次調查研究。故筆者在本年六、七月期間以郵寄方式，向本港五十間中學進行了一次有關調查。最後收到四十一間中學，共三百六十位於九五至九六年度任教數學科老師的回應（回收率達百分之八十三），其中男教師佔百分之五十九，女教師佔百分之三十（因部分教師沒有填答該項，故總和不足百分之一百，下同），任教數學科年資五年以下為百分之四十四，五年至十年的有百分之二十七，十年以上的則有百分之二十六。有百分之五十三的教師任教於九五至九六年度主要取錄第一或二組別中一新生的學校，第三組別的有百分之二十一，第四或第五組別的則有百分之二十四。雖然本調查並非透過隨機方式選取樣本，但作為一次初步探討，相信所得的結果亦會有一定的參考價值。

填答者須回答二十八題問題，其中九題為背景資料，十一題涉及運用數學史於數學教育的程度、五題問及運用數學史的價值，三題則有關認識程度與運用時所遇到的困難，最後一題為自由發揮題：「你對運用數學史於數學教育中有何看法呢？」在三百六十位教師中，有百分之十九會修讀有關數學史的科目，百分之五十七會閱讀有關數學史資料，至於有關運用數學史於數學教育的資料，只有百分之二十五的教師會閱讀。透過十一題問題的答案則計算出「運用程度指標」，其信度（Cronbach's alpha）為 0.91，平均值為 1.48（1 代表最低值，5 代表最高值，下同），標準差為 0.57。可見本港中學教師甚少運用到數學史。

雖然教師甚少運用，但對這方面又作何評價呢？透過下列的分析，所得的結果十分可喜。「我認為運用數學史有助學生了解數學概念的演變」、「我認為運用數學史有助增加學生學習數學的興趣」、「我認為運用數學史對學生體會數學為一項人類文化活動有幫助」及「我認為運用數學史於數學教育中是有價值的」四題的平均值分別達 3.69、3.86、3.88 及 3.86 之高，若將這四題的結果計算出「價值指標」，其信度為 0.83，數值得 3.82，標準差為 0.65。

至於「你對運用數學史於數學教育中有何看法呢？」這一道自由發揮題，共收到一百八十二位老師的回應（百分之五十一），從中得到不少有價值、豐富的資料。有九十八位提及到運用的價值，其中八十四位填答者持正面的意見，認為可以提高學習興趣，加強學習動機，有助了解數

學的本質及數學概念……。相反地，有十四位老師表達較負面或保留的態度，認為運用數學史的價值不高。

「高評價、少運用」的原因何在？透過自由發揮題的分析，可整理出四方面的原因。有三十五位老師提到教學進度緊迫，在考試氣氛的主導下，難以運用數學史。至於搜集資料方面，同樣是阻礙運用數學史的原因，其中有二十八位老師提及此點，他們希望有出版社整理一些依課題編寫的數學史資料，或加添在教科書中，方便運用。更有老師建議製作有關的影片、教具，甚至分門別類地彙集數學史問題，可見一般教師十分希望在資源上有充分的支援。此外，有十六位填答者表示由於對數學史認識不深，故未能在數學上應用。更有兩名老師提出英語教學會對運用數學史產生障礙。

以上各項無疑都是急待解決的問題，但筆者認為，導致「高評價、少運用」的現象，尚有一個核心的因由，不少老師認為數學史有助提高學生的興趣，引起動機，這當然是其中一個運用的目的，但若只停留於此，難怪數學史只作一輔助的「工具」。作為數學教育工作者除了教懂學生概念、運算技巧外，更重要是向學生展示數學的本來面目。不少學生認為數學只是概念、定理、符號等組合，有學者名為「靜態數學觀」。（可參閱鄭毓信（1995）《數學教育哲學》，四川教育出版社。）數學其實不應只著眼於最終的成果，還必須重視「過程」，其中包括猜測、錯誤、嘗試、檢驗、問題、觀念、思想方法等成分，數學上有必要體現數學為人類數千年文化中的重要組成部分，更須要表達數學各課題與其他文化活動之間是互有關連的。這種較全面的數學觀，有學者名之為「動態數學觀」。數學歷史本身正是體現「動態數學觀」的上佳素材。假若承認展示數學的本來面目是教師的基本責任，運用數學史於教育中便能有所定位，絕非可有可無的「補品」了。

在問卷調查中，有老師對數學史應否加入中學的課程作出討論，筆者對此有所保留，原因是我認為運用數學史是無固定的法則，亦並非刻意加插數學史資料，反而是教師若有數學史的素養，自然在教學中流露出「歷史感」，貫穿整個課程（參見蕭文強「數學·數學史·數學教師」一文）。所以若真正做到這點，根本並不存在「時間緊迫，難以講授」的問題，到時著眼點並不在於堆砌資料，而在於將所教的內容在歷史的脈絡中重新整理，用新角度來講授。故此在大專、師範的數學系開設數學史課，讓未來教師對數學史有所認識反而顯得非常重要。既明體現「動態數學觀」的責任，又對數學史有所認識，自能將壯麗的數學史恰如其份地流露於教育中，使學生更能了解數學、欣賞數學！

* 本文節錄自筆者寫於《信報》「教育眼」專欄的五篇文章，分別是：「數學史與數學教育」(27/8/1996)、「少運用、高評價」(28/8/1996)、「運用數學史的價值」(11/9/1996)、「四大阻力」(12/9/1996) 及「調查所得的啓示」(7/10/1996)。較詳細的內容將於另文發表。此外，本調查得香港中文大學教育學院黃毅英博士、黃家鳴先生提供寶貴意見，亦得眾多老師填答本調查問卷，謹此一併致以衷心謝意！