

## 《幾何畫板》與中學數學教學

巫恒生

廣東珠海夏灣中學

作為一名數學教師，每天的工作量是相當大的，所以提到利用電腦輔助教學，有些數學老師就覺得力不從心。因為，教師通常要花數十個小時做一節課的課件，而且許多課件都是按照教師平時講解的方法展示教學過程，沒有突出電腦的優勢，其實際的教學意義並不大。而且，由於編程的工作量太大，老師也不可能經常用電腦來上課，充其量也就是在評優課上用一下，其意義何在？所以，教師要花精力研究的是如何使用軟體幫助自己的教學，和在新技術條件下可以從哪些方面改進教學，而不是去編程式。「什麼樣原軟體是好軟體？」這是電腦輔助教學的核心問題之一，也是一個爭論不休的問題。以往的軟體一般偏重於其外觀（介面）設計，而用其所要表現的教學內涵（教學內容的實質）也祇是設計者單憑自己的理解通過華麗的表像來表達。一方面設計者理解的不一定全面，有可能產生誤導；另一方面華麗的外觀會分散學生的注意力，以至於本末倒置。片面追求外觀效果的華麗而忽視教學的內涵不能不說是當前中學電腦輔助教學軟體設計（CAI）的一個誤區。然而用《幾何畫板》，有人稱其為「二十一世紀的動態幾何」，卻可以避免這兩方面的缺陷，並有其自身的優點。幾何畫板為我們提出了「好軟體」的新標準。

用傳統手段教數學就缺乏操作，缺乏操作活動！離開人的活動是沒有數學、也學不懂數學的。所以，學習數學很重要的一個環節是瞭解數學背景、獲得數學經驗。實際上，代數也好、幾何也好，重要的不在數，而在於它們之間的關係，一個是數量關係，一個是空間關係。關係是怎麼把握的呢？這就必須有純數學經驗了。而關係是在變化中把握的。但我們現在教的數學就沒有變化的過程，而且沒有數學操作的過程。因此，最好的辦法是創造一種東西，能夠提供一種純數學經驗，並且最好能把數量關係和空間關係聯繫起來。實際上《幾何畫板》提供的就是這樣一個東西。它是可以操作的。比如說，過去講數學，要講直角三角形的概念，就要畫幾種典型的直角三角形，但你不能窮盡它吧！所以學生所看到的就是這幾種直角三角形，再換一個角度看還是不是呢？學生又要重新判別了。《幾何畫板》

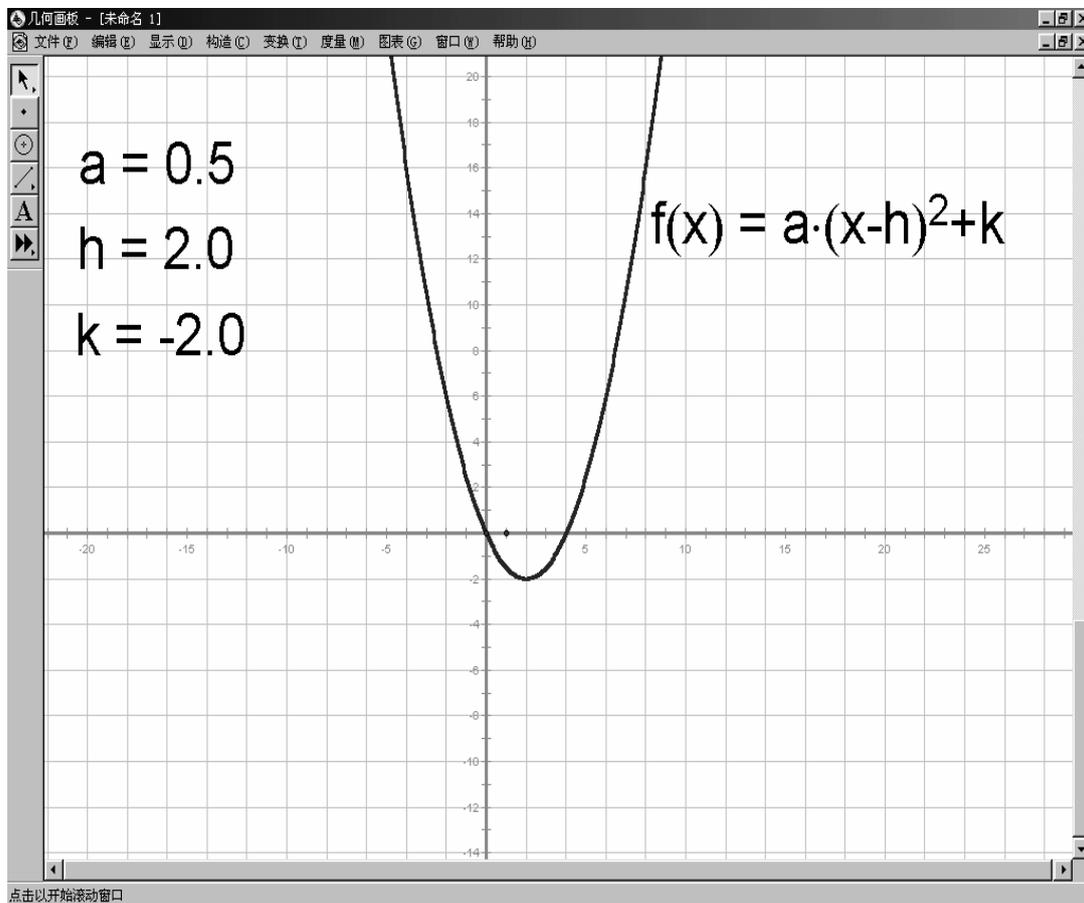
就可以讓學生操作圖形，這樣就可以把圖形各種不同的狀態都表現出來了。而在過去是一下子就把本質的東西給學生了。但這本質是從哪兒來的？本質是從現象裏抽象出來的。在傳統教學中，你不可能在黑板上把很多具體都提供給他。僅僅用抽象的語言來表述數學關係的本質和規律很容易產生誤解，因為他接觸的是個別，而「直角三角形」這個概念已經是抽象的了，祇剩下最本質的東西了。這個本質是你給他的，不是他把握的，不是他發現的，不是他抽象的，而在操作幾何圖形的過程中，可以看到不同樣子的直角三角形，還可以看到它與銳角三角形、鈍角三角形的比較。在這種動態的操作過程中，就給學生比較和抽象創造了一種活動的空間和條件。這樣它就能在活動中進行反身抽象，獲得、理解和掌握這些抽象的概念，而不是你把抽象的結論告訴他。祇有這樣，學生獲得的才是真正的數學經驗，而不是數學結論。

《幾何畫板》另一個非常好的地方是把數和形給結合起來了。它在畫完圖後，馬上就可以測算出數值，並能把在圖形變化過程中數量關係的變化直觀地顯示出來。這個過去做不到，最多可以把相對的幾個變化值告訴學生。但隨著一個微小變化，數量都發生了什麼樣的變化就不是傳統教學所能做到的了。而《幾何畫板》就可以隨時都看到各種情況下的數量關係及其變化，所以它能把數和形的潛在關係及其變化動態地顯現出來。

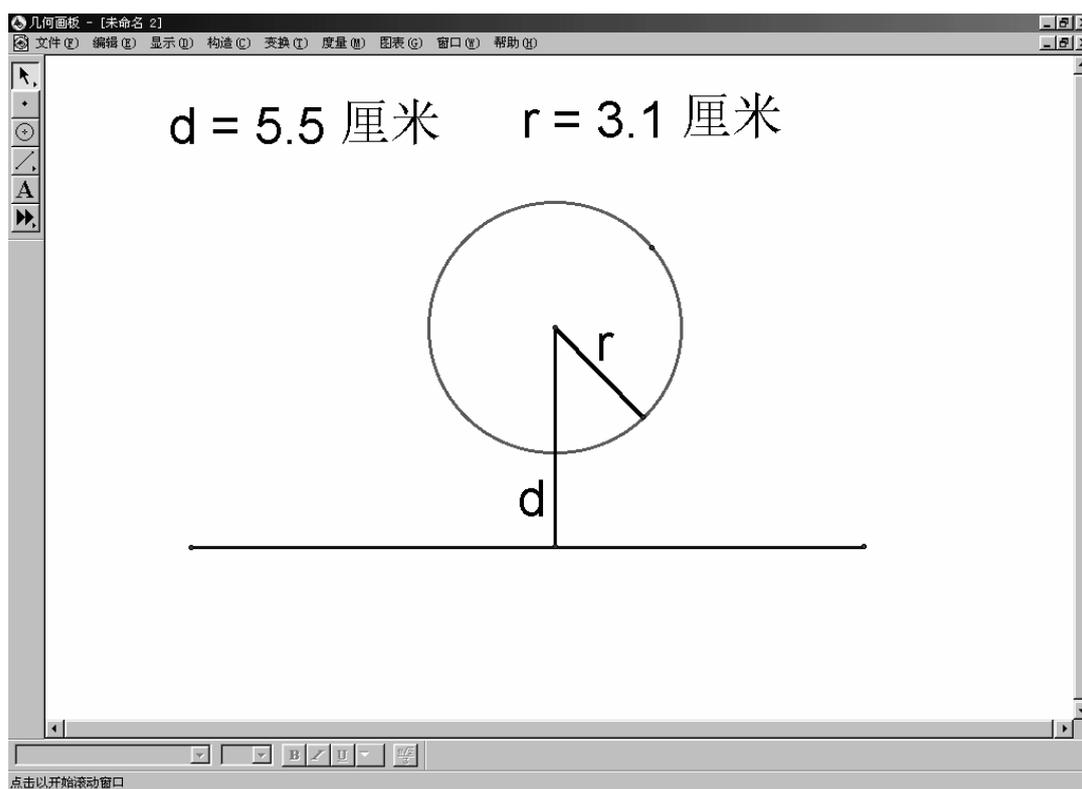
現在最流行各種多媒體軟體。這些軟體最大的特點是形象和動態這兩個東西。而語言恰恰就是抽象的。一抽象了就不好懂，它提供的不是經驗背景，提供的是語言、概念，是邏輯。所以講了半天，我們大人因為有了經驗的支撐，有這個背景，可能覺得講得挺清楚的，怎麼講了半天學生還是不懂？如果學生沒有這種背景他就是不懂。關鍵在於你怎麼給學生創造這些背景。以往我們所提倡的直觀教學就是想找到一種經驗背景來幫助學生理解，但是有些是找不到的。而通過動態的幾何，就可以提供許多現實中無法提供的經驗背景。所以探索這種教學很重要的是探索如何提供經驗背景，什麼時候給，怎麼給，要探索出一套新的東西。實際上，是要創造出一種學生活動模式，而不是教學模式。老師的目的是要讓學生理解一個概念、一個規律。這在以前是用老師講來讓學生明白的，現在能不能轉換成學生自己的操作活動。你先把目的告訴他，然後提出幾個問題，給他一套操作程式，再笨的學生也能理解了。所以《幾何畫板》對於差生來說是個救命的東西。

通過一段時間的實踐與探索，我深深的體會到得《幾何畫板》不僅可以很好地幫助學生理解他們所學的數學知識，而且可以靈活的變通，幫助學生理解各部分知識之間的聯繫。同時對於以抽象見稱的數學亦可以以「實驗」的形式進行。這不僅符合學生的認知過程，而且有利於培養學生的獨創精神。同樣也可以利用一些實際問題的數學本質，把一些具體的數學模型過程轉化成「理想實驗」在《幾何畫板》中進行。

比如，在教授初三代數的二次函數 $y = a(x - h)^2 + k$ 的圖像與性質時，我讓學生在《幾何畫板》「建立參數」 $a$ 、 $h$ 、 $k$ ，利用畫板的繪圖功能，畫出二次函數 $y = a(x - h)^2 + k$ 的圖像，根據圖像總結出該圖像的性質（拋物線的開口方向、頂點坐標，對稱軸等），然後改變參數 $a$ 的值，函數圖像隨之改變， $a$ 取正值，拋物線開口向上；取負值，圖像開口向下； $a$ 取 $0$ ，圖像不是拋物線，而是直線。接著，改變參數 $h$ 的值，看出圖像左右平移；而改變 $k$ 的值，圖像向上向下平移。這樣，學生會很直觀的看出函數 $y = a(x - h)^2 + k$ 中， $a$ 確定圖像拋物線的開口方向，頂點坐標 $(h, k)$ ，對稱軸是 $x = h$ ，所以我們也可以把 $y = a(x - h)^2 + k$ 稱為二次函數的「頂點式」。



又如：在講授初中幾何第三冊「直線與圓的位置關係」中，圓心到直線距離  $d$  與圓的半徑  $r$  的關係這一節，我讓學生在畫板上畫出直線和圓，做出相應的  $d$  與  $r$ ，利用幾何畫板的度量功能，拖動直線或圓，直觀的看出  $d$  與  $r$  的大小變化以及相對應的直線與圓的位置關係。學生自己作圖，自己總結規律，直觀易懂，教學效率顯著。



在幾何的教學與學習中，《幾何畫板》的更加顯示它的優越性。幾何爲什麼難學？恐怕一個原因是過分強調數學的嚴密性。初中學生剛開始接觸幾何，就需要背一整套定義、公理和定理，而掌握這些數學語言，對初中的學生是困難的。其實，爲什麼不能把生動直觀的圖形和演繹推理結合起來呢？理解幾何首先需要形象思維，在這方面幾何遠比代數有優勢。過去的幾何課，由於技術手段的限制，無法給學生提供足夠的圖形。有了《幾何畫板》，情況有了根本的變化。例如「全等三角形」，過去祇能拿兩個紙片作的三角形重合在一起，告訴學生「能夠完全重合的兩個三角形是全等三角形」。現在用幾何畫板可以方便地表現通過「平移」、「旋轉」、「翻折」的手段使兩個三角形重合；又如「通過不在一條直線上的三點能夠且祇能作一個圓」，現在的表現也比過去生動多了，用軌跡跟蹤的手段可以表現過

一點的圓和過兩點的圓有無窮多個，還可以用拖動滑鼠的方法觀察三點由不在一條直線上的位置逐漸變到在一條直線上時，過這三點的圓是怎樣消失的。毋須舉更多的例子，從上面的敘述中，已經能夠感到《幾何畫板》的魅力了。它將根本改變我們幾何的教學觀念，使我們能把幾何首先作為一門直觀幾何去教。

從一位學生的學習心得，我們可以印證《幾何畫板》在數學學習的魅力，「它可以說是我們的數學實驗室，因為它能夠有效地使數形結合，使我們在數學學習中既理解了數學結論，又得到了數學經驗。數學是訓練我們邏輯思維的，尤其幾何。我們在老師輔導後，在自己的記憶中形成一套邏輯思維體系，那麼怎樣才能使我們很好地理解幾何知識、掌握邏輯思維方法呢？一是多看、多想，增加我們的學習經驗，另一個方法就是尋找良好的輔助工具，幫助我們在動態的幾何之中，去觀察，探索……在今天，光去依靠紙筆作為輔助工具，已遠遠不夠了。電腦的發展為我們輔路，良好的軟體就是我們的交通工具。而《幾何畫板》正是我們數學領域的學習利器。曾記得在上數學課時，老師用《幾何畫板》在幾分鐘內做出了圖形的移動、變化、切割等動畫效果的時候，同學們大為驚歎，小小滑鼠輕而易舉地改變了我們眼前的圖形。紙、筆、尺子，甚至計算器都不需要了。《幾何畫板》祇在瞬間完全帶我們進入了圖形世界。從那以後，《幾何畫板》有力地吸引著我們，用它去汲取知識。當我們拿到一道幾何證明題時，你可以在幾何畫板中作出圖形，有時可以用測量的方法去驗證一下；當你看到一個冗繁的函數時，你也可以畫出其圖像，幫助你一目了然地看出它的性質。總之，《幾何畫板》完全有待於你的探索，它定會淋漓盡致地展現它的風采。讓我們好好地去運用它，記住它是你的實驗平台，是數形結合的工具。在這裏，每融入一份知識，你定會更進一層領略到數學的樂趣。」