

## 我國大陸數學教育的若干傳統

王林全  
華南師範大學

當我們設計和實施面向二十一世紀的數學教育的時候，應該放眼世界，廣泛學習國外的先進經驗，開闊我國數學教育的思路。我國數學教學的行之有效的優秀傳統，應該在當前的數學教學中得到體現。同時，我國數學教學的傳統，也應該根據科學技術和學科教學發展的需要，與時俱進，不斷完善。

### 1、「雙基」與「三力」，同步發展的傳統

我國自上個世紀 60 年代初以來，逐步形成了以發展計算能力，邏輯思維能力，空間想像能力等三大能力為代表的數學教學傳統。

我國把發展三大能力作為數學教學的主要目標，並且讓學生的三大能力得到同步發展，三大能力的含義，也隨著時間的推移，不斷明確，不斷豐富。

#### 1.1 每一種能力都依賴於其他能力而發展

三大能力是相互緊密聯繫的，其中每一種能力，都依賴於其他能力而發展。茲以空間想像力為例予以說明。要培養學生的空間想像力，必須讓學生有充分的機會探索圖形的性質，要探索圖形的度量性質，就需要借助於適當的計算來實現，因而，一定的計算能力就成為發展空間想像力的重要條件；而要探索圖形的特徵性質，往往有需要借助於直覺猜想和邏輯推理，因而一定的思維能力就成為必不可少的了。在我國幾何教學中，不少教師既注意發展學生的空間直覺，也注意通過邏輯推理與度量關係等兩個層面，較為深入地探索圖形的性質。同樣地，豐富的空間想像力既可以支援學生尋求方法解決有關的計算問題，也有利於學生對圖形性質的思考，探索與論證。

#### 1.2 雙基與三力相輔相成

雙基所指的是數學的基礎知識和基本技能，而能力的形成是比發展雙

基更高層次的教學目標，雙基的發展促進了三大能力的發展，而三大能力的發展也促進了雙基的獲取，我國對知識、技能和能力及其相互關係的認識有一個發展過程。

1952年《中學數學教學大綱》已經提出了基礎知識和基本技能，作為數學教學目的的主要組成部分。

1963年《全日制中學數學教學大綱》(草案)首次明確地提出了三大能力，作為數學教學目的的核心概念。

1982年《全日制重點中學數學教學大綱》(徵求意見稿)開始注意知識、技能和能力的關係，它指出：「學生的能力是通過知識、技能的掌握而形成和發展起來的，這些能力一經具備又有助於學生更快地去獲取和運用知識。」

1986年《全日制中學數學教學大綱》正式把雙基與三力並列，作為中學數學教學目標的核心內容，大綱闡明了雙基與三力的關係，指出了數學教學中抓雙基的要領。該大綱認為「掌握知識、技能和培養能力是密不可分的。」

1986年《全日制初級中學數學教學大綱》指出：「能力是在知識的教學和技能的訓練過程中，通過有意識地培養而得到發展的；同時能力的提高由會加深知識的理解和技能的掌握。」可見上述大綱已經對雙基與三力的關係作了進一步的闡述，並且指出了教師的教學工作在其中的地位。

### 1.3 三大能力的內涵逐漸清晰

我國在數學教學有關抓雙基的教學理念，明確地表述在歷次數學教學大綱和課程標準中。三大能力的教學要求，也逐步得以明確化。

78年《全日制十年制學校中學數學教學大綱》(試行草案)指出：「中學數學教學目的是：使學生具有正確而迅速的計算能力，一定的邏輯思維能力和一定的空間想像能力，從而逐步培養學生分析問題和解決問題的能力。」這是對三大能力外延的擴展，實際上，後一種能力是前三大能力發展的必然結果。

92 年《全日制初級中學數學教學大綱》(試用)的教學目的中，對三大能力中每一種能力的含義，都作了較具體而詳細的闡釋。這種闡釋直到 2000 年《全日制普通高級中學數學教學大綱》(試驗修訂版)仍然保持下來。

思維能力是指：

- 會觀察、比較、分析、綜合、抽象和概括；
- 會用歸納、演繹和類比進行推理；
- 會合乎邏輯地、準確地闡述自己的思想和觀點；
- 能運用數學概念思想和方法，辨明數學關係，形成良好的思維品質。

可見此時我國已經擴大了思維能力的範圍，從過去局限於邏輯思維，擴展到更廣泛的思維能力和思維品質。

運算能力是指：

- 會根據法則和公式正確地進行運算，處理資料，並理解算理；
- 能夠根據問題的條件，尋求與設計合理簡捷的運算途徑。

可見此時對運算能力的要求，已經超越了過去只要求「迅速正確」的要求，反映了概率統計的教學需要，已經初步闡明了算理演算法在教學中的地位。

空間想像力是指：

- 能夠由實物形狀想像出幾何圖形，由幾何圖形想像出實物形狀；
- 能夠想像出幾何圖形的運動變化；
- 能夠從複雜的圖形中區分出基本的圖形，並能分析出其中的基本元素及其基本關係；
- 能夠根據條件作出或畫出圖形；會形象地揭示問題的本質。

可見 1992 - 2000 年的歷次教學大綱對空間想像力逐步作出明確的界定，更加清晰地說明了培養空間想像力的具體要求。

隨著現代數學的部分內容加入中學數學，中學生的數學視野不斷開闊，教師們對課程的認識也在拓廣與加深。2003年，我國《普通高中數學課程標準(實驗)》發表，它與時俱進地對雙基和數學能力給予了新的闡述。即是如此，原有的「雙基」和「三力」的提法，仍有其歷史意義和參考價值。

## 2、數形結合，博思尋解的傳統

「數」與「形」是中小學數學的兩大研究物件。我國數學教育工作者歷來重視數形結合方法的運用。「數」泛指有理數、實數、複數、函數，以及有關的代數物件及其相互關係等，是抽象思維的產物；「形」泛指二維與三維幾何圖形，各類函數的圖像等，是形象思維的產物。數形結合方法的運用，是我國從20世紀上半頁以來形成的教學傳統。

### 2.1 數形結合體現了數學的內在聯繫和整體性

我國20世紀30年代的教學大綱已經把認識「數」和「形」及其相互關係作為教學的一個重要目標，從而體現數學的整體性。

1932年，民國政府制定的《高級中學算學課程標準》已經明確地闡述了數形結合的理念，把它作為中學數學的基礎。

1942年，民國政府制定的《六年制中學數學課程標準草案》再次指出：「介紹學生形象與數量之基本觀念，使能瞭解其性質，及二者之關係，並明瞭運算之理由和法則，及各分科呼應一貫之原理，從而確立普通數學教育之基礎」。

1951年，新中國首次制定的《中學數學課程標準》闡明「數」和「形」是數學的兩大物件，指出數形結合在數學教學中的意義。大綱指出：「數學以講授數量計算，空間形式及其相互關係的普通知識為主」，「溝通形數，奠定學習解析數學的基礎」。

由此可見，從二十世紀早期起，我國已經把「數」與「形」及其相互關係作為數學學習的主要物件，把「溝通形數」作為數學教育的基本理念。究竟在數學教學中如何貫徹數形結合的思想方法？20世紀60年代以後，人們的認識逐步明確起來。

## 2.2 「數形結合」上升為數學教育的基本要求

1963 年《全日制中學數學教學大綱》(草案)指出:應該重視「數與形各自的內在聯繫以及數與形相互之間的聯繫與區別」,「把數和形的研究結合起來,提高他們綜合應用數學知識的能力,更有利於學生系統地掌握平面解析幾何的基礎知識,為以後學習高等數學打下扎實的基礎。」

1986 年的教學大綱指出,「使學生初步瞭解運動變化和形數結合的觀點,並初步領會用這些觀點去分析問題的方法。」「通過數形結合思想的教學,對學生進行對立統一觀點的教育」。

可見,從上個世紀 60 年代起,我國對「數」與「形」的關係的教學要求,已經從「溝通形數」,認識「相互關係」,上升到「數形結合」的水平。把「數形結合」作為數學教學的基本要求,也作為分析問題和解決問題,發展學生正確數學觀的方法。這是對我國傳統數學教學理念的重要發展。

## 2.3 把「數形結合」作為解決問題的思想方法

從上個世紀 60 年代起,我國加強了數學思想方法在數學教學中的滲透,對「數形結合」又有新的理解和闡釋。這種理念在數學教學大綱中得到反映。

1990 年《全日制中學數學教學大綱》分別指出「使學生初步瞭解運動變化和形數結合的觀點,並初步領會用這些觀點去分析問題的方法。」(初中)

「使學生瞭解解析幾何的基本思想,初步瞭解如何用座標法研究幾何問題,通過數形結合思想的教學,對學生進行對立統一觀點的教育」。(高中)

2000 年《九年義務教育全日制初級中學數學教學大綱》擴展了數學思想方法的視野,要求在教學中讓學生理解:特殊 — 一般 — 特殊,未知 — 已知,用字母表示數,數形結合和把複雜問題轉化為簡單問題等多種基本的數學思想方法。該大綱在各種數學思想方法中,對於數形結合的思想方法給予特別的強調。

由上述大綱可見，數形結合既被看成數學教學的理念，也被看成是解決問題的的基本思想方法，大綱把數學思想方法的教學與辯證唯物主義觀點的形成聯繫起來。

在高中數學課程裏，各種數學思想方法交叉薈萃，精彩紛呈，數形結合仍然是其中最基本，最常用的方法之一。2000年《全日制普通高級中學數學教學大綱》把數形結合思想方法予以具體化。例如：「瞭解反函數的概念及互為反函數的函數圖像間的關係」；「掌握平面向量的數量積及其幾何意義」；「通過函數圖像理解正弦函數、余弦函數、正切函數的性質」；「會用二元一次不等式表示平面區域」；「瞭解解析幾何的基本思想」；「掌握函數在一點處的導數的定義和導數的幾何意義」；「瞭解定積分的定義和定積分的幾何意義」，等等。2003年《普通高中數學課程標準》發表，該標準仍然在多處指出數形結合是重要的數學思想。由此可見，進入21世紀以來，儘管我國數學教學大綱和課程標準幾經變化，數形結合思想始終得到廣泛的重視。

2000年美國數學教師協會（NCTM）制定的《學校數學的原則和標準》中，有一條標準稱為「數學的聯繫」，其中包括數學內部的聯繫，數學與日常生活的聯繫及其應用。與國外同類課程標準相比較，我國關於「數形結合」的提法有如下的特點：

- 美國的標準泛指數學內部各分支之間的聯繫，以及數學與日常生活、數學和其他學科的聯繫；我國所說的「數形結合」，特指數學的兩大主要物件——「數」和「形」（更廣義的數和形）的聯繫，要求做到以數論形，以形示數，相輔相成，相得益彰。
- 我國所說的「數形結合」，既是數學教學與學習的主要方法，又是解決問題的常用方法，它還反映了事物的相互聯繫與轉化的辯證唯物主義思想。

我國數學教師在數學教學中，鼓勵學生運用數形結合思想方法解決問題，創造了許多成功的經驗。當前在數學教學中，數學思想方法的運用，已經超越了數形結合的範圍，不但需要注意數學的內在聯繫，還要注意數學與現實生活以及其他學科的聯繫，從而找到數學應用的更為廣泛的途

徑。在當前條件下，數形結合思想方法仍然是數學教學常用而有效方法，它有利於培養學生的辯證唯物主義觀點，提高分析問題和解決問題的能力。它對於學生形成正確的數學觀，有十分重要的意義。隨著人們數學視野的不斷擴大，數形結合的含義也在不斷豐富，其他思想方法也得到人們的重視和運用。

### 3、對我國未來數學教育的展望

在數學教學中，既要保持我國的民族傳統，又要與時俱進地，給原有的傳統賦予新的含義，筆者預見，在最近的將來，我國數學教育的發展具有如下特點。

#### 3.1 傳統的教學理念仍將佔主導地位

我國數學教學的傳統是經歷數十年，數百年，甚至上千年的積澱而逐步形成的。前面只談到這些傳統的一部分。事實上，狠抓雙基，培養三力的教學傳統；勤奮拼搏，學而時習的鑽研精神；審問慎思，言必有據的思考方法；溫故知新，舉一反三的學習理念；數形結合，學以致用的數學思想，都是我國優秀教育遺產的組成部分。上述傳統經受了實踐和歷史的考驗，相信在最近的將來仍然發揮主導作用。崇尚考試，分數掛帥是我們東方特有的教育現象，雖有助於督促學生學習，但有悖於當代的評價理念，對數學學習會產生許多副作用。鑒於考試結果對於學生未來的重要性，它當前的指揮棒作用仍然暫時無法動搖。

#### 3.2 中外教學理念在交流中逐步融合

國外數學教育理念對我國現代數學教育產生過重大影響。二十世紀前半段，我國曾照抄西方的教學模式，新中國建國之初，又全面學習蘇俄。然而，外國的理念未必適合中國。54年來，我們奮鬥不息，逐步建立了獨立自主的數學教育體系。當前中外學術交流機會日漸增多，中外教學的理念相互滲透。對待外來經驗，應該採取求同存異，以我為主，學習借鑒，洋為中用的態度。例如，在數學推理、數學應用等方面，中西方已經找到許多共同點，可以相互借鑒；西方強調理解，我國重視記憶，當前彼此的觀點已經接近。西方重視猜想、估算，值得我們學習；我國重視基本訓練，在推理時要求言必有據，應該得到保持。

### 3.3 新課程體系通過試驗而得以形成

我國義務教育課標以及高中課標相繼發表，其理念有較大更新，內容有較大拓展。當前，新課標及其教材正在實驗中接受考驗。通過一段時間的實驗，課程中的先進理念和合理的內容將會為廣大師生所接受。經過不斷調整，新課程體系得以形成，它將比原有體系前進一大步。

### 3.4 資訊技術將在教學中發揮更大作用

資訊技術正在迅速普及，師生運用技術的水平顯著提高。新教材的資訊技術整合版正在實驗中，它受到師生的廣泛歡迎。我們展望，資訊技術將被更多師生掌握，它與課程內容恰當地整合，必將有效地提高教學質量。資訊技術的使用，將成為我國數學教學改革的動力。

### 參考文獻：

- [1] 課程教材研究所(2001年)《20世紀中國中小學課程標準·教學大綱彙編·數學卷》人民教育出版社
- [2] 王林全(2000.12)《我國學習傳統對學科教學的啓示》華南師範大學學報社會科學版