

電腦輔助數學函數圖像教學理論探討

楊澤忠

山東師範大學數學系

一、引言

現代計算機具有很強的生成圖像的功能，其在一定的程式控制下幾乎能作出數學中所有函數的圖像，由此，自電腦輔助數學教學興起以來，人們常常利用電腦在數學教學中進行輔助函數圖像的教學。

電腦輔助函數圖像的教學，目前經常使用的軟體是專業的數學軟體，如 Maple[®]、Mathematica[®] 等，或是專門生成函數圖像的數學「課件」（教學軟件），如 graph[®] 等。一般的教學過程為：首先，教師提出學習任務，並給學生講明下面的學習將使用電腦來進行；第二步，教師利用電腦通過輸入係數的方法生成幾個典型的函數圖像，並通過投影儀投在講臺旁邊的銀幕上；第三步，指導學生觀察這幾個函數圖像的特點，概括出這類函數圖像的特徵；第四步，再聯繫這幾個函數的係數，歸納出這類函數圖像變化的規律。

這種方式的電腦輔助函數圖像顯然節省了教學時間，減輕了教師的勞動，但它是否促進了學生的學習呢？是否促進了學生對函數圖像的理解和掌握呢？最近筆者到兩所中學（一所是高中，一所是初中）觀摩了四節電腦輔助函數圖像教學課，並進行了調查。經過調查筆者發現，這種方式的教學效果與傳統數學教學的效果沒有顯著的差異，對於促進學生深刻理解函數圖像的性質沒有明顯的提高。那麼，在數學函數教學中如何應用電腦才能取得好的效果呢？這是個值得研究的問題。本文從數學函數圖像教學的要求和這次進行的調查結果出發，簡要談幾點筆者自己的認識。

二、數學函數圖像教學的要求和關於當前電腦輔助函數圖像教學的調查結果

1. 根據中學數學教學大綱，關於數學函數圖像的教學要求主要有三個：（1）是要使學生掌握函數圖像的畫法，使學生能根據函數的解析式畫出相應函數的圖像；（2）是要使學生瞭解函數圖像的特徵，如是直線還是

曲線，是否與坐標軸相交，有沒有固定點等；(3) 是要使學生掌握函數圖像的性質，掌握函數圖像的變化與函數係數之間的關係。

以二次函數為例，二次函數圖像的教學要求為：(1) 要使學生掌握二次函數圖像的畫法，能根據一個二次函數的解析式畫出相應的二次函數圖像；(2) 要使學生瞭解二次函數的圖像是拋物線；(3) 要使學生理解拋物線的開口方向是由二次函數的二次項係數符號決定的，開口大小是由二次函數的二次項係數大小決定的，拋物線在坐標系中的位置是由二次函數的三個係數共同決定的等。

2. 關於當前電腦輔助函數圖像教學的調查，筆者採用的是談話法，談話對象是使用過電腦進行圖像學習的學生。通過談話筆者發現，當前的電腦輔助函數圖像教學不能提高教學效果，根本的原因在於：(1) 專業的數學軟體或是專門生成函數圖像的軟體沒有教學功能。它只會根據學生或教師輸入的資料自己生成函數圖像，而不會教學生如何去畫，並且它生成函數圖像時的速度非常快，學生根本看不清是如何生成的，由此，學生藉此以這樣的軟體來學習函數圖像的畫法根本無法實現。(2) 這樣的軟體在生成函數圖像時有一個特點，即是必須手工輸入函數的係數，這樣就使得函數圖像的生成要消耗一些時間，使得在實際的學習中，學生沒有機會學習更多的函數圖像。(3) 教學中，雖然使用了電腦和專業的數學軟體，但教師的教學方法還是傳統的教學方法，學生在學習中沒有真正參與到學習中，沒有進行發現學習，沒有主動學習的機會。

三、電腦輔助函數圖像教學的策略

由數學函數圖像教學的要求和這次調查的結果，筆者認為電腦輔助函數圖像教學若要取得比較好的效果，必須改革傳統的教學方法，不能以老的觀點、方法來看待和進行電腦輔助函數圖像教學，這種新的現代化的數學教學形式必須有新的策略。具體地講即是：

1. 教學使用的軟體，不宜使用專業的數學軟體，應使用根據學生的特點和相應函數圖像的特點而編製的有特定的教育功能的軟體。這樣的軟體不僅能生成函數的圖像，而且還能教給學生如何作函數圖像，不僅適合學生學習，而且還能促進學生對函數圖像性質的發現和掌握。只有這樣學生才有可能從中學習到如何去做函數的圖像，使學生瞭解和理解函數圖像的

性質，教學之後才能達到教學的要求。

2. 教學中，改革教師操作電腦而學生只是聽和看的方式，讓學生操作電腦，給學生發現學習和獨立學習的機會。這樣做，根據現代認知學習的理論，可以激發學生學習的興趣，調動學生學習的積極性，使學生真正參與到教學中來，使學生在「做中學」，這樣使學生對知識理解得更加深刻，記憶得更加牢固，從而提高學生的學習成績。

3. 教學過程應採取如下的程序：第一步，給學生提出學習任務。第二步，向學生明確學習的方法，並教會學生使用選定的軟體進行學習。第三步，學生每兩人或一人一台電腦進行獨立學習，自主完成學習任務，解答教師提出的問題，這期間教師在旁邊輔導。第四步，教師檢查學生的學習，指導學生獲得函數圖像的性質。不難看出，這個程式是問題解決教學的程序，這個程序可以使學生的學習更加積極、主動和有目的性，從而可以促進學生對函數圖像性質的獲得，提高教學效率和質量。

以進行二次函數圖像的教學為例，筆者認為應採取如下的教學策略：

1. 使用具有如下特點的軟體：(1) 有兩部分構成，第一部分的主介面下面有五個按鈕，第一個的名字為「建立坐標系」，點擊這個按鈕，出現一個對話方塊，詢問要建立的直角坐標系的原點的位置（在電腦螢幕上的位置）和單位長度為多少，輸入原點的位置座標和單位長度，確認之後，電腦便可以自動在螢幕上生成一個符合要求的直角坐標系。第二個按鈕的名字為「描點」，點擊這個按鈕之後，用戶便可以在電腦螢幕上確定要使用的點，每確定一個，電腦便在相應的位置出現一個小黑點以示標記。第三個按鈕的名字為「連線」，點擊這個按鈕，電腦便自動將剛才確定的點按照從左到右的順序用光滑的曲線慢慢連接起來（慢得程度以使每個學生看清楚圖像是如何形成的為適宜），形成一個拋物線。第四個按鈕的名字為「刷新」，點擊這個按鈕，前面生成的拋物線便消失，若不點擊這個按鈕，所有生成的拋物線均在電腦螢幕上共同存在。第五個按鈕名字為「幫助」，點擊這個按鈕，電腦會給用戶提供一個求二次函數值的程式，這個程式要求用戶首先輸入二次函數的三個係數，這之後，用戶隨意輸入一個 x 值，電腦很快算出相應的 y 值。

第二部分的主介面如圖 1 所示。這個介面上有三對小黑三角，利用左

邊一對小黑三角，用戶可以隨意調整二次函數二次項係數的大小，利用中間一對小黑三角，用戶可以隨意調整二次函數一次項係數的大小，利用右邊一對小黑三角，用戶可以隨意調整二次函數常數項的大小。點擊尖頭向上的小黑三角，係數增加，點擊尖頭向下的小黑三角，係數減少。單擊一次小黑三角，係數增加或減少一次，若按著小黑三角不放，則係數連續增加或減少。每當二次函數的係數發生變化時，下面坐標系中的函數圖像就隨之發生變化，以新的函數圖像替換舊的函數圖像（替換過程要求非常迅速，以至於學生看不清圖像是如何生成的）。

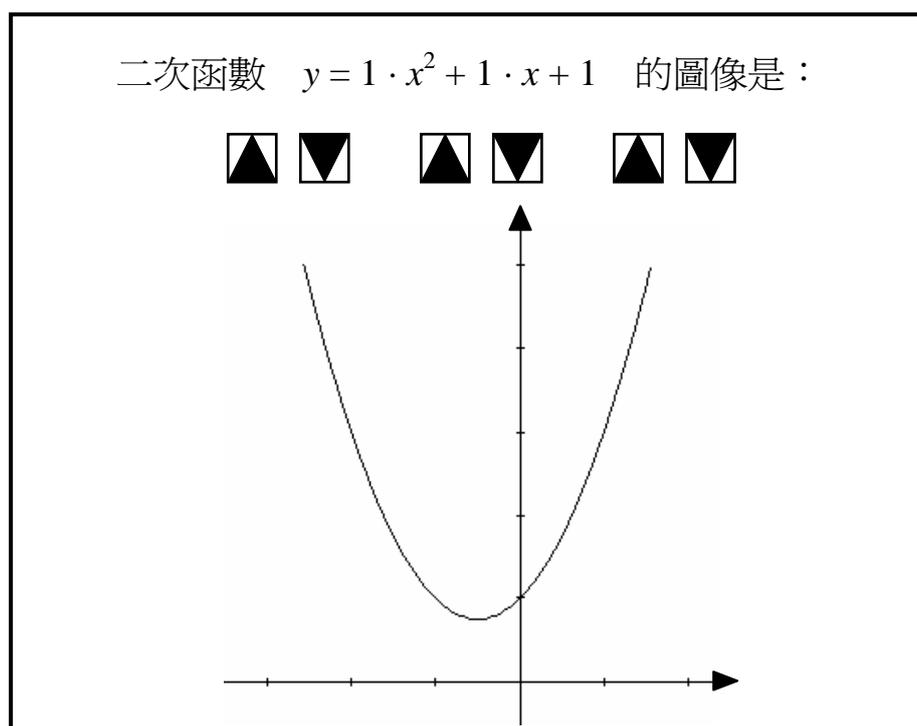


圖 1

2. 教學過程

第一步，給學生提出學習任務：下面我們將要學習的是二次函數圖像，在這個學習過程中，要求大家要學會如何作二次函數的圖像，要瞭解二次函數的表面特徵，要弄清楚二次函數圖像的變化與二次函數的係數之間的關係。

第二步，告訴學生：(1) 剛才提出的問題，要求大家自己學習解決；(2) 在學習時可以使用電腦，可以使用電腦中已安裝好的軟體；(3) 這個軟體對於學生完成學習任務具有重要的作用；(4) 為了使大家能更好的使用這

個軟體，請先聽教師介紹它的操作方法。

第三步，學生利用電腦進行獨立研究二次函數圖像的性質。教師在旁邊進行個別指導。

第四步，(1) 讓兩個或三個學生到黑板上各作一個二次函數的圖像，檢驗學生是否學會了二次函數圖像的做法。(2) 提問若干學生，讓他們說出經研究找到的二次函數的表面特徵，然後告訴學生因為二次函數的圖像像一個物體被拋起在空中劃過的路線，所以二次函數的圖像在數學上被稱為拋物線。(3) 提問學生，讓他們說出經研究找到的二次函數圖像變化與二次函數係數之間的關係，然後將所有的回答進行總結概括，得出結論：拋物線的開口方向是由二次函數的二次項係數符號決定的，開口大小是由二次函數的二次項係數大小決定的，拋物線在坐標系中的位置是由二次函數的三個係數共同決定的。

如此進行二次函數圖像的教學，筆者認為，一方面充分發揮了電腦的功能，突出了電腦輔助數學教學的特點，另一方面由於學生的學習是在「做中學」的，學生得到的知識是通過自己的努力發現獲得的，學生對二次函數圖像的性質必定能深刻理解，對有關二次函數圖像的知識必定能牢固掌握。由此，利用這種方式進行的二次函數圖像教學必能比傳統的數學教學效果好。

參考文獻

- 中華人民共和國國家教育委員會制定 (1995)。《數學教學大綱》(初中)。人民教育出版社。
- 中華人民共和國國家教育委員會制定 (1995)。《數學教學大綱》(高中)。人民教育出版社。
- 人民教育出版社中學數學室 (1996)。《數學》第一冊(上、下)。人民教育出版社。
- 人民教育出版社中學數學室 (1990)。《代數》(高級中學課本上冊)。人民教育出版社。
- 人民教育出版社中學數學室 (1990)。《教學參考書》(高級中學代數上冊)。人民教育出版社。
- 楊澤忠、孔詳雲 (2000)。進行 CAMI 應注意的幾個問題。《山東教育》。2000 年第 3 期。
- 胡欣潔 (1999)。製作 CAI 課件時應注意的幾個問題。《中國電化教育》。1999 年第 7 期。