

香港數學教育會議 2019

促進學生課前預習及學習  
立體幾何的課堂學習研究

盧頌鈞

宣道會陳朱素華紀念中學

# 演說重點



*\*Take home message*

## ► 關於課堂學習研究

► 理論與實踐

► 研究經驗分享

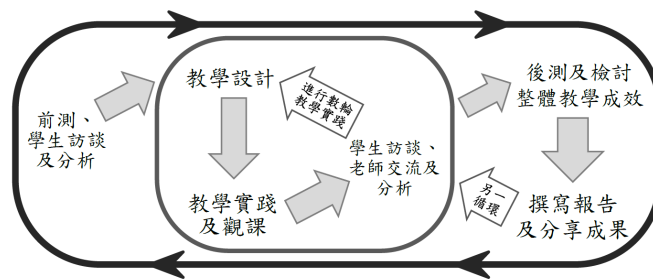


圖3 課堂學習研究的流程

## ► 關於立體幾何的教學

► 教學設計

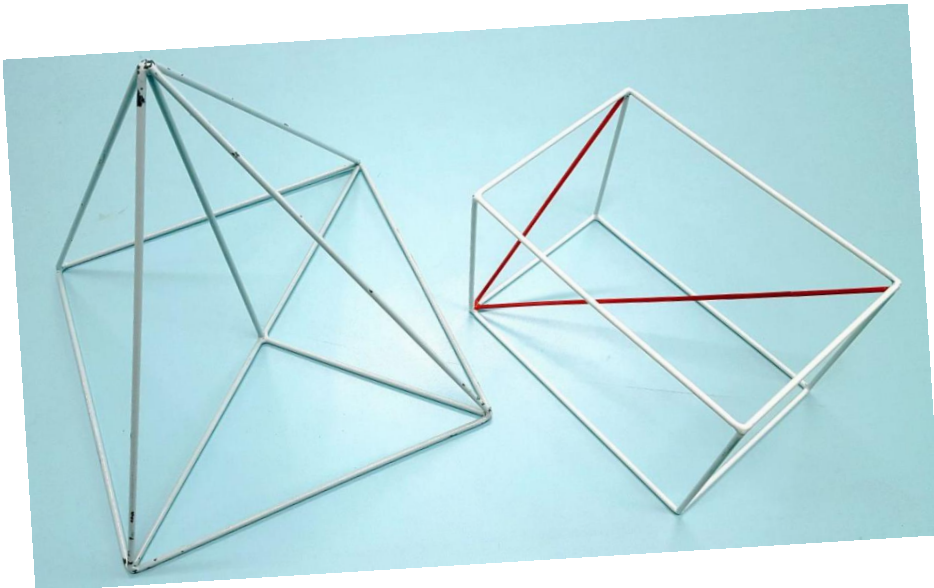
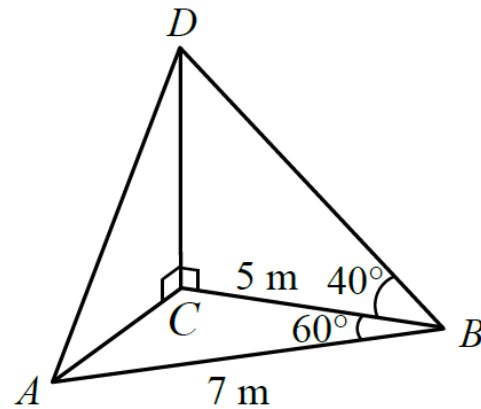
► 教學經驗分享



# 研究動機（立體幾何）

在圖中， $A$ 、 $B$  及  $C$  為水平面上的三點，  
其中  $AB = 7\text{ m}$ 、 $BC = 5\text{ m}$  及  $\angle ABC = 60^\circ$ 。  
 $CD$  是一枝垂直於水平面的旗杆，  
由  $B$  測得  $D$  的仰角為  $40^\circ$ 。

(a) 求.....



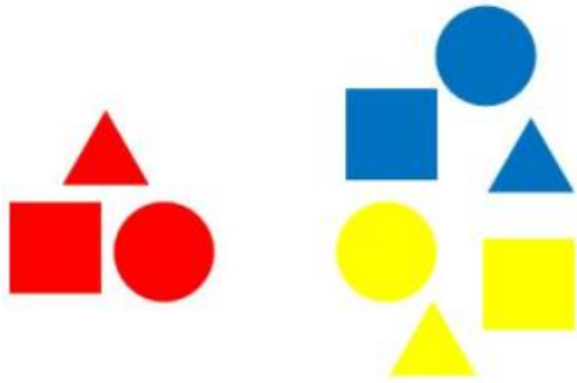
1. 學生學習的難點
2. 老師施教的困難

# 一、課堂學習研究

- ▶ 與「行動研究」的比較
- ▶ 研究目的：優化立體幾何的教學
- ▶ 變易理論的運用
  - ▶ V1：學生對所學內容的見解上之變易
  - ▶ V2：老師處理學習內容上的變易
  - ▶ V3：利用變易作為指導教學設計的工具



比如要學「紅色」這個概念，可呈現紅色及非紅色的東西，此之謂「對比」：



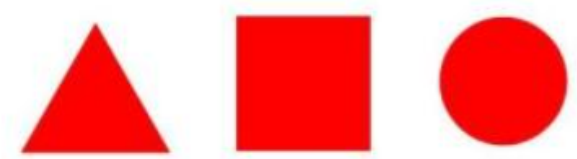
對比

把其中的一些特質，比如形狀，保持不變，開啟學習者對物件的一個新向度：「顏色」，此之謂「區分」：



區分

把要學習的特質，即是紅色，保持不變，改變不同的其他屬性，比如形狀，以求讓學習者把與紅色無關的東西分離，此之謂「類比」：

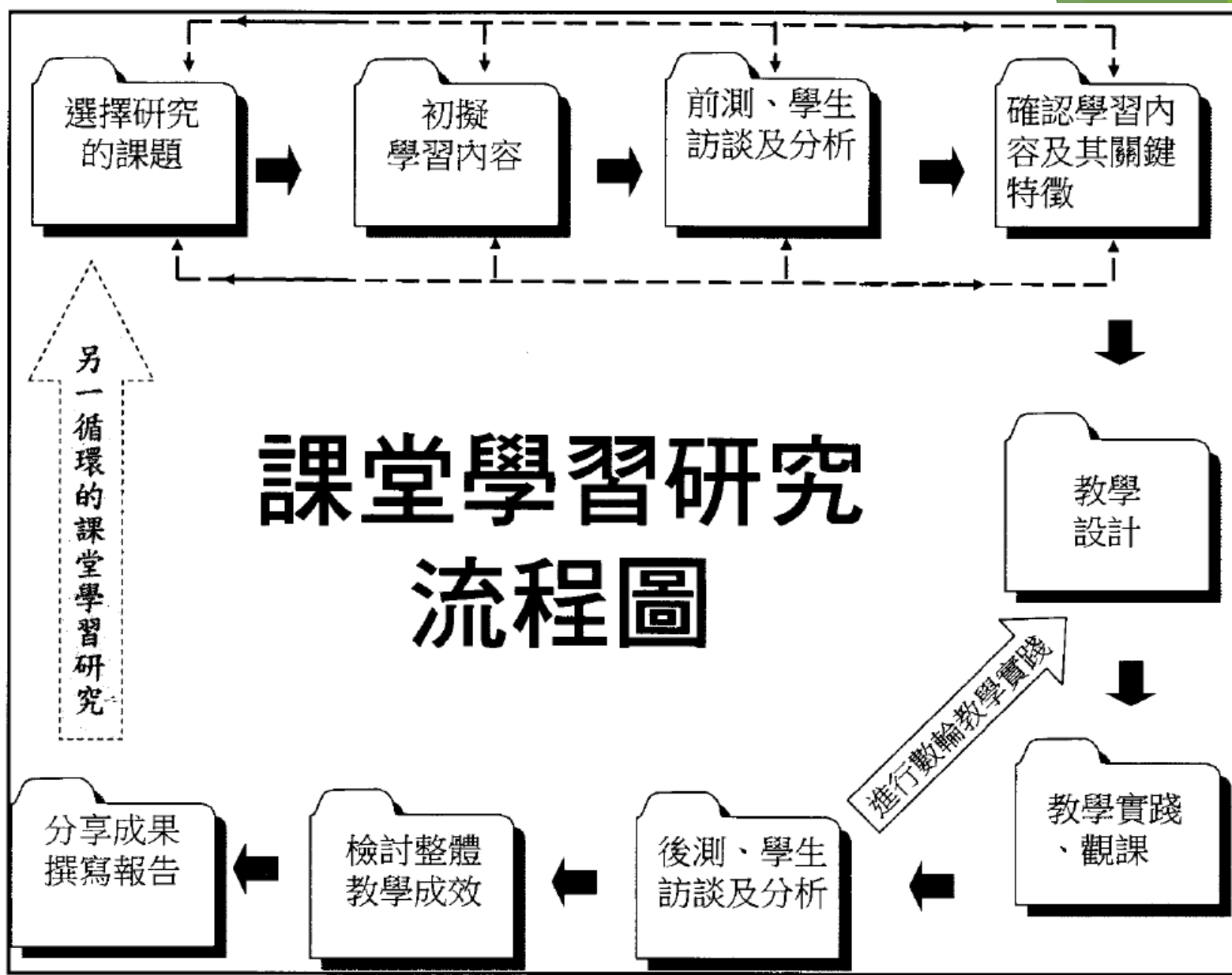


類比

在同時改變不同的性質或屬性下，學習者也看出當中不同的關鍵特徵，此之謂「融合」：



融合



# 按實際情況進行調節

► 在選擇了研究的課題後...

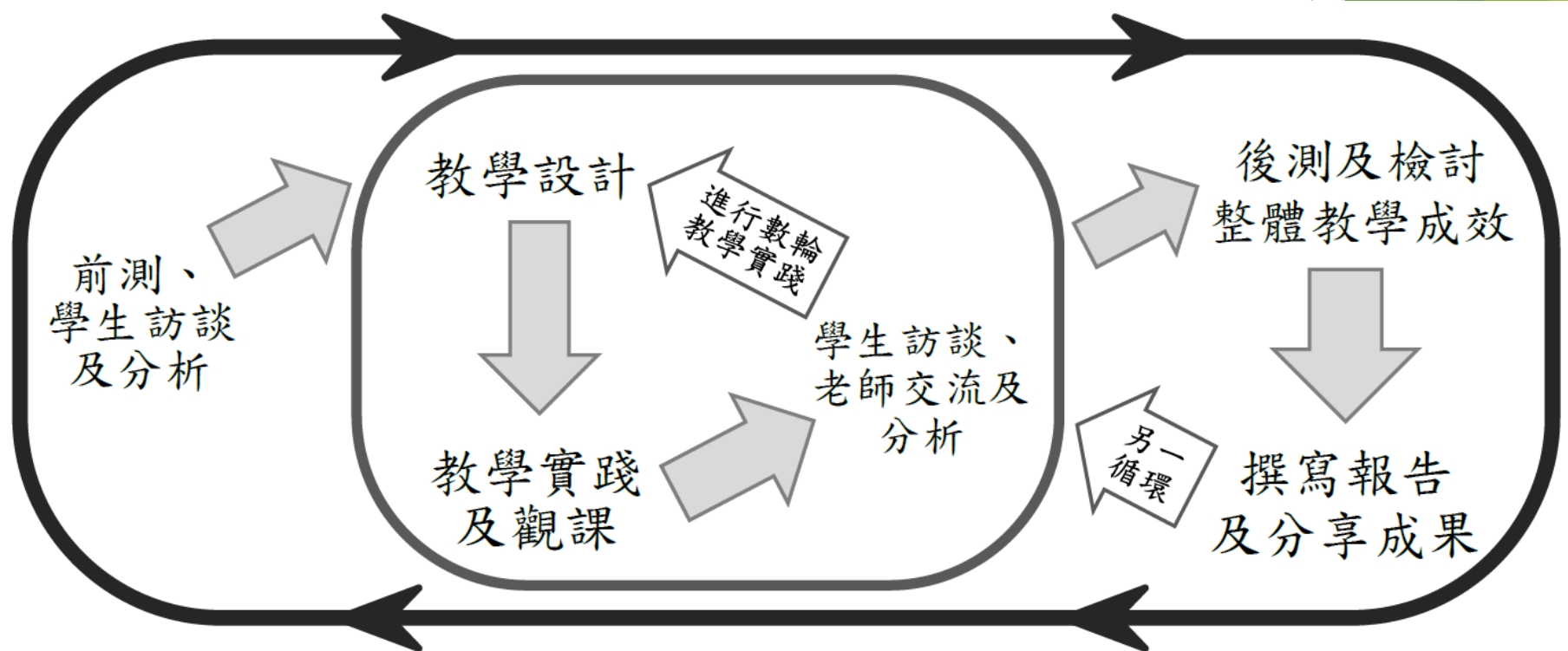


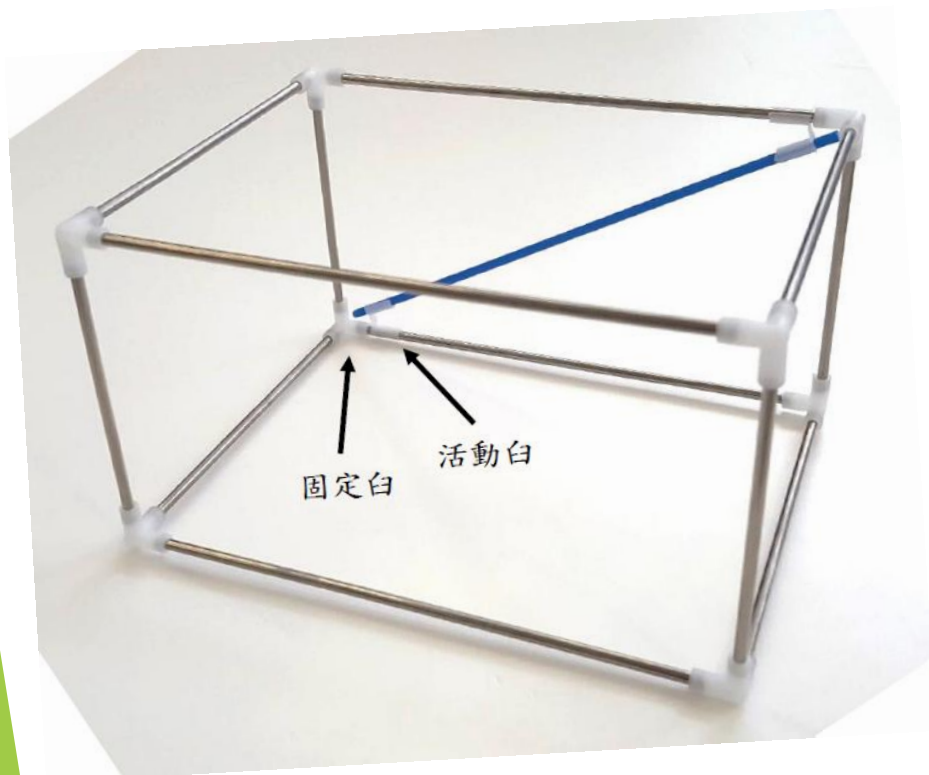
圖3 課堂學習研究的流程

# 研究經驗的總結

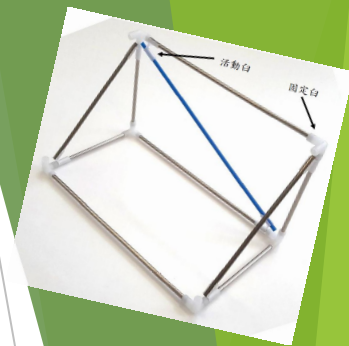
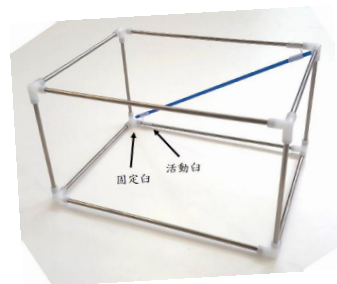
- ▶ 建議在下學期進行或啟動
- ▶ 聚焦在一至兩個課節的內容
- ▶ 爭取機會觀課
- ▶ 接受首輪的教學未必理想
- ▶ 客觀地檢討和改善、集思廣益



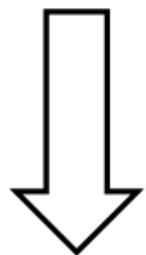
## 二、立體幾何的教學



# 翻轉學習的模式



課前預習



上課



四人一組：

← 其中兩位學生製作三角柱體模型

← 另外兩位學生製作長方體模型

四人一起運用組內的兩個模型（三角柱體及長方體）來輔助學習

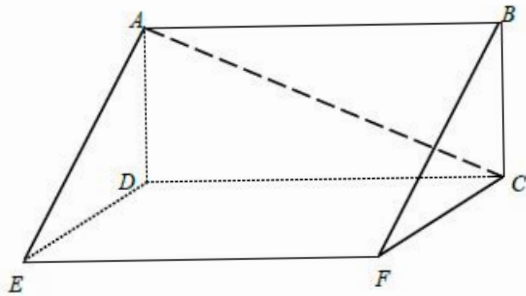
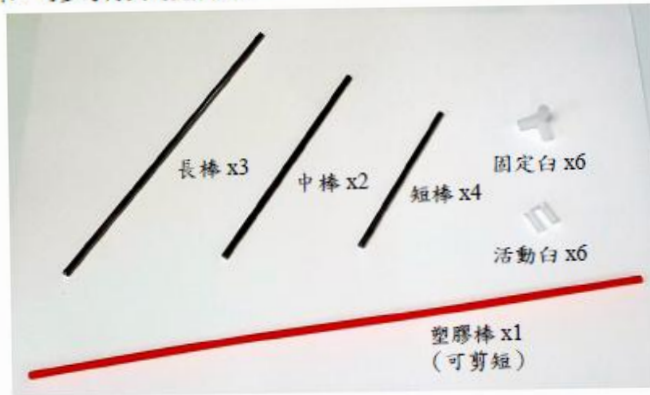
圖 6 課堂流程及相關的學習活動

# 預習工作紙

預習工作紙：三角柱體

請運用以下材料，製作圖中的「三角柱體」模型。

提示：可參考背頁的完成圖。



- 1.1 寫出直線  $AC$  與  $CD$  的交角。
- 1.2 (a) 寫出直線  $AC$  與  $CF$  的交角。  
(b) 寫出該角的值。

---



---

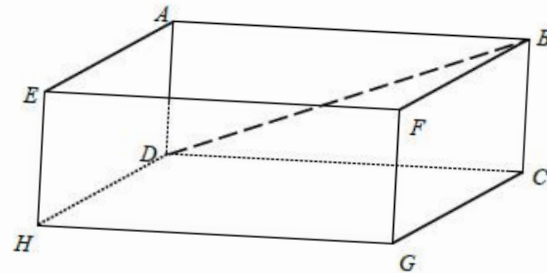
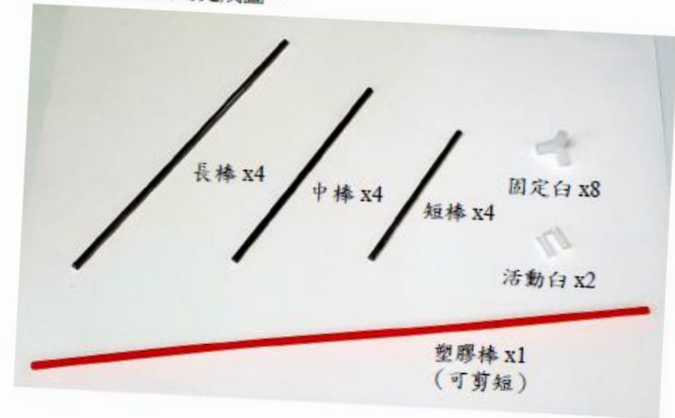


---

預習工作紙：長方體

請運用以下材料，製作圖中的「長方體」模型。

提示：可參考背頁的完成圖。



- 2.1 寫出直線  $BD$  與平面  $DCGH$  的交角。
- 2.2 寫出直線  $BD$  與平面  $ABFE$  的交角。

---



---



---

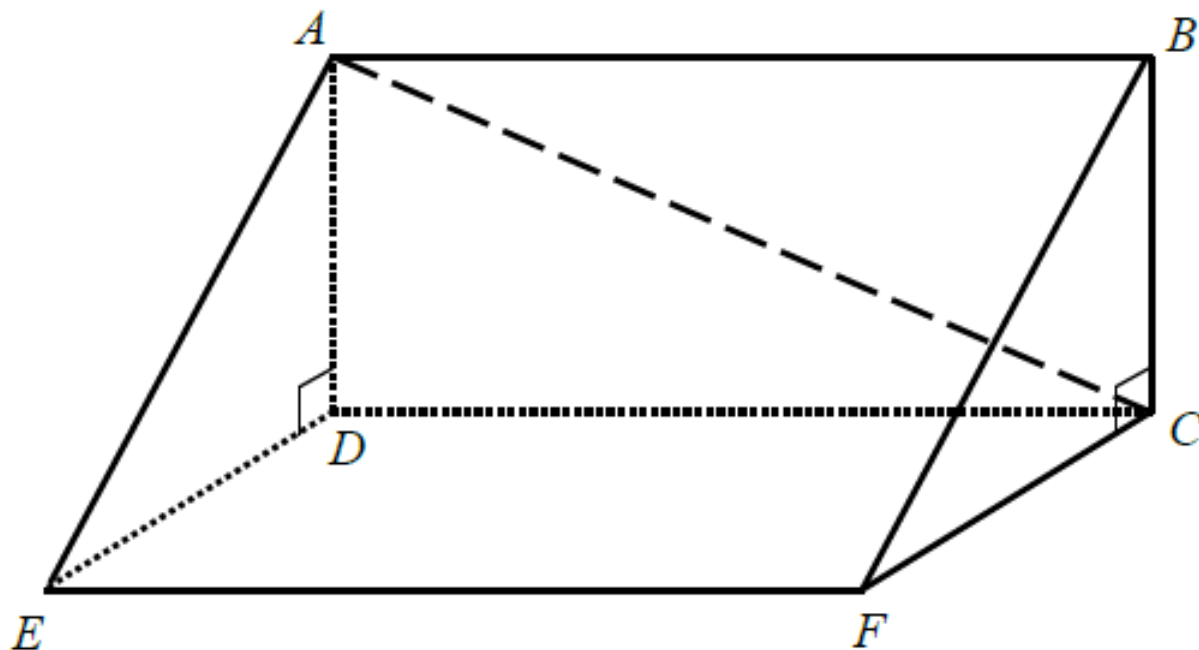
# 課堂工作紙的設計

六個部分（約兩個課節）：

1. 兩直線的交角1（預習的延伸）
2. 直線與平面的交角1（預習的延伸）
3. 投影
4. 繪畫參考三角形、兩直線的交角2
5. 直線與平面的交角2
6. 直線與平面的交角3

## 第一部分 (兩直線的交角 1)

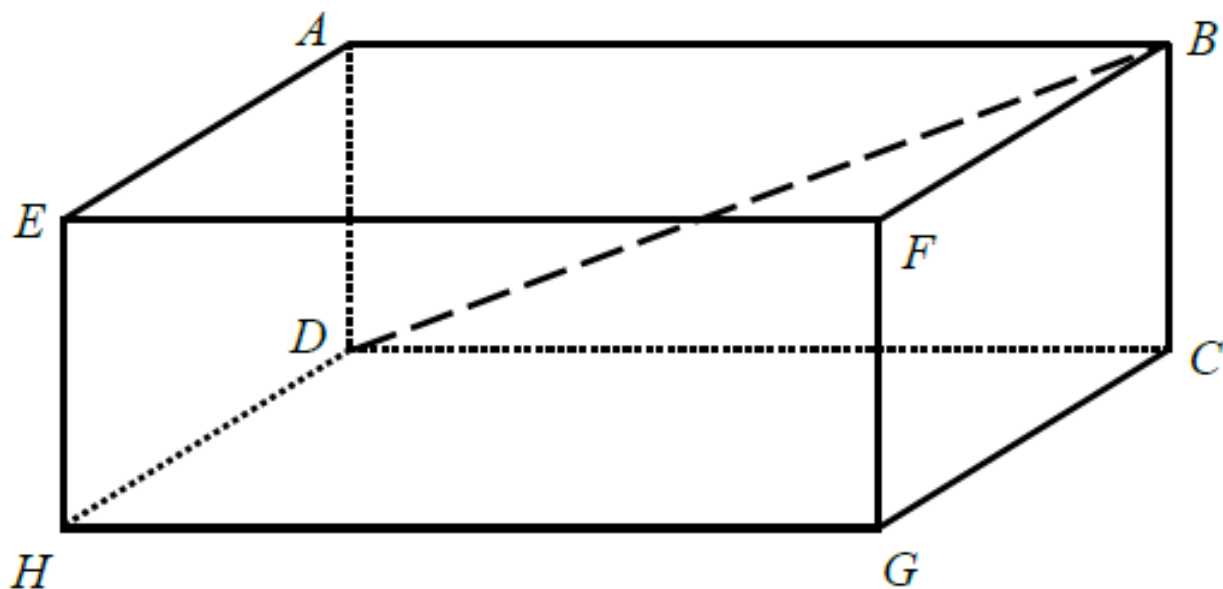
圖中顯示一個三角柱體。 $ABCD$  及  $CDEF$  都是長方形， $CDEF$  是水平平面，而  $ABCD$  是鉛垂平面。



- 1.1 寫出直線  $AC$  與  $CD$  的交角。
- 1.2 (a) 寫出直線  $AC$  與  $CF$  的交角。  
(b) 寫出該角的值。

## 第二部分（直線與平面的交角 1）

在圖中， $ABFEHDCG$  是一個長方體。



2.1 寫出直線  $BD$  與平面  $DCGH$  的交角。

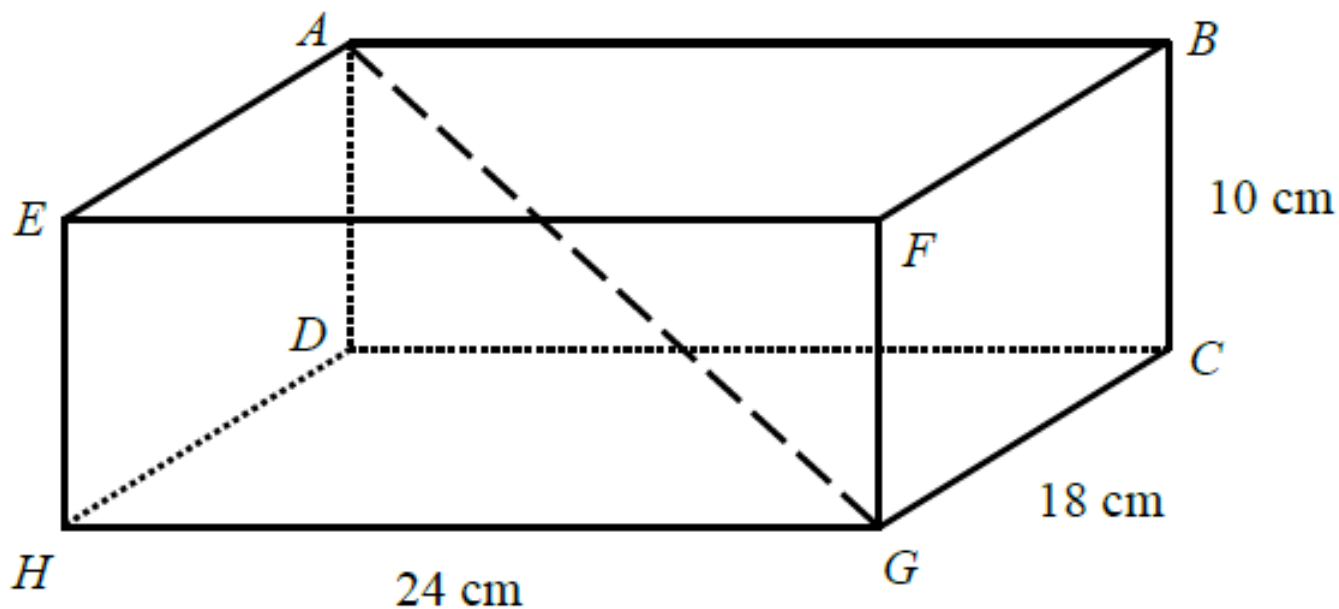
2.2 寫出直線  $BD$  與平面  $ABFE$  的交角。

---

---

### 第三部分 (投影)

在圖中， $ABFEHDCG$  是一個長方體。



3.1 寫出直線  $AG$  在下列各平面的投影。

(a)  $DCGH$

---

(b)  $ABCD$

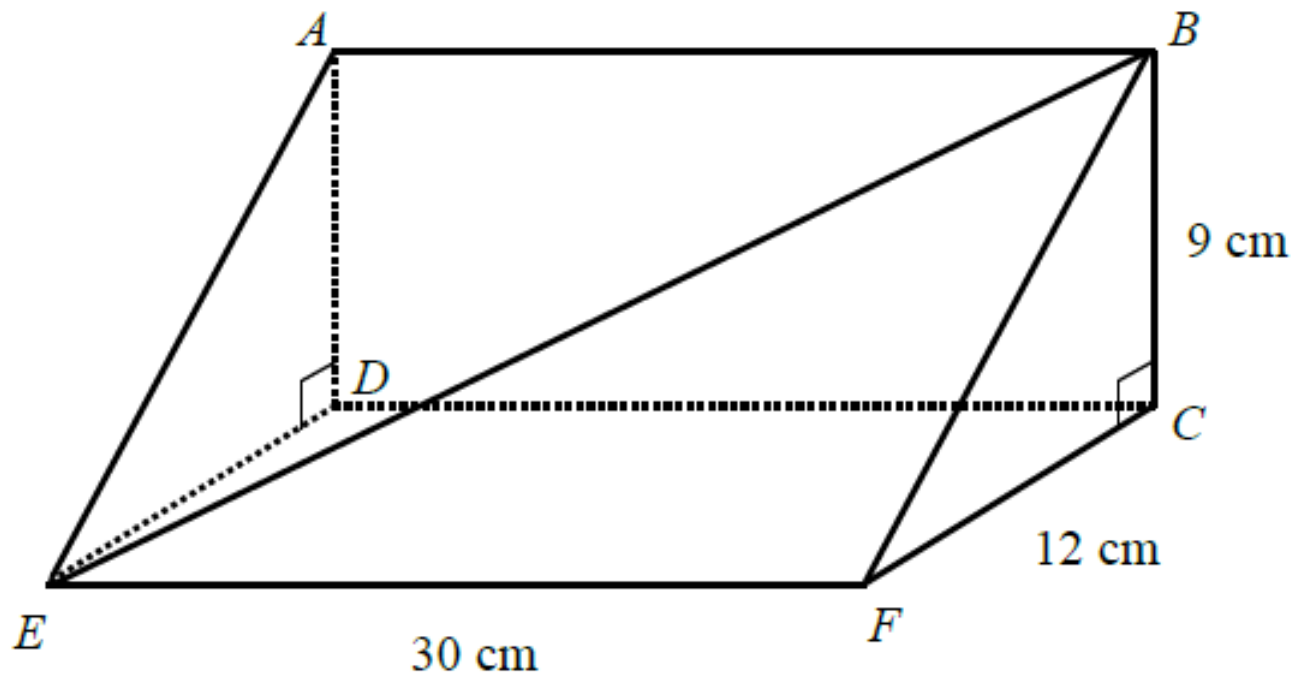
---

(c)  $BCGF$

---

#### 第四部分 (繪畫參考三角形、兩直線的交角 2)

圖中顯示一個三角柱體。 $ABCD$  及  $CDEF$  都是長方形， $CDEF$  是水平平面，而  $ABCD$  是鉛垂平面。

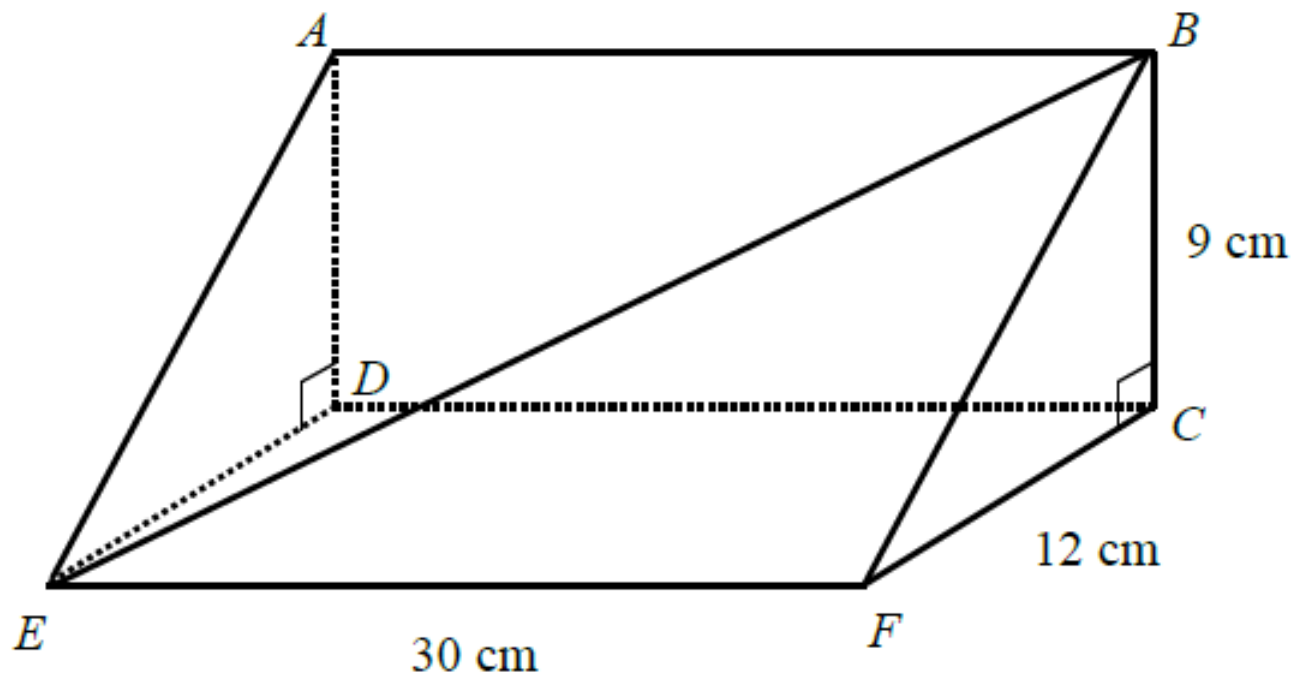


- 4.1 (a) 求直線  $BF$  的長度。  
(b) 求直線  $BE$  的長度。
- 4.2 (a) 求直線  $BF$  與  $FC$  的交角的值。  
(b) 求直線  $BE$  與  $EF$  的交角的值。



## 第五部分 (直線與平面的交角 2)

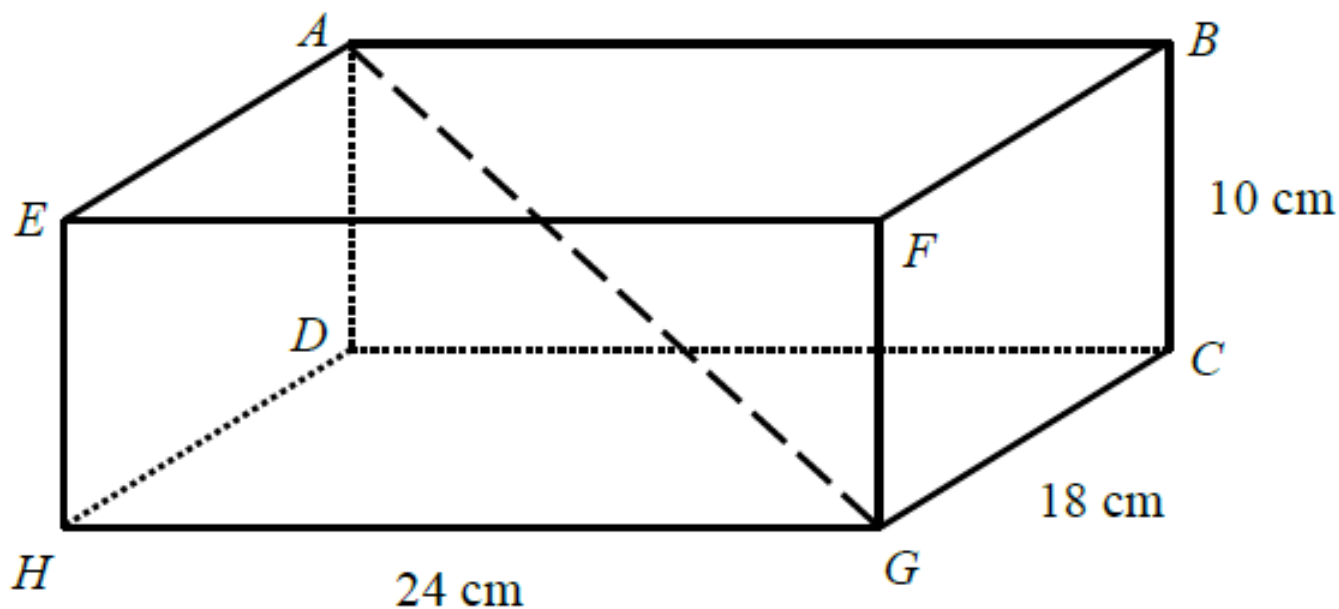
(續)



- 5.1 求直線  $BF$  與平面  $CDEF$  的交角的值。
- 5.2 (a) 求直線  $BE$  與平面  $CDEF$  的交角的值。  
(b) 求直線  $BE$  與平面  $ABCD$  的交角的值。

### 第六部分 (直線與平面的交角 3)

在圖中， $ABFEHDCG$  是一個長方體。



6. 求直線  $AG$  與下列各平面的交角的值。

(a)  $DCGH$

(b)  $ABCD$

(c)  $BCGF$

---

---

# 教學經驗的總結

- ▶ 使用貼紙在立體模型中貼上各點的名稱，方便學生討論立體內的角、線和平面
- ▶ 先利用身邊的物件（例：米尺）引入概念
- ▶ 運用電筒照射，幫助學生觀察投影
- ▶ 要求學生在紙張上的立體圖形中，標示題目或答案中所提及的角